

# **Appendix:**

## **Lesson Materials (in Dutch)**

*De docentenhandleiding en antwoordbladen zijn digitaal beschikbaar via  
<http://www.hugobronkhorst.nl/antwoorden/>*

Wij hebben ons best gedaan om alle rechthebbenden met betrekking tot (beeld)materiaal te achterhalen en de originele bron vermeld (zie tabel en verwijzingen op pp. 249-252). Mocht een bron onterecht niet genoemd worden, dan kan de rechthebbende zich met de auteur in verbinding stellen.





rijksuniversiteit  
 groningen

faculty of science  
 and engineering

institute for science education  
 and communication

## Logisch redeneren (domein F)

### Vwo 5/6 – Wiskunde C

*lessenserie bij interventie 2018*



Rijksuniversiteit Groningen  
 Faculty of Science and Engineering  
 Institute for Science Education and Communication (ISEC)  
 Nijenborgh 7  
 9747 AG Groningen

### Lessenserie bij interventie 2018

Voor een aantal opdrachten in dit materiaal is dankbaar gebruik gemaakt van de onderstaande uitgaven. Een enkele opdracht is letterlijk overgenomen, andere opdrachten zijn bewerkt of gebruikt ter inspiratie.

- 'Logisch redeneren. Deel 1, vwo wiskunde C, domein F: Logisch redeneren' van Anton Roodhardt en Michiel Doorman (cTWO / SLO)
- Hoofdstuk 2 'Logisch redeneren' uit *Moderne Wiskunde 11<sup>e</sup> editie, vwo 6 wiskunde C leerboek* (Noordhoff Uitgevers)
- Hoofdstuk 12 'Logisch redeneren' uit *Getal & Ruimte 11<sup>e</sup> editie, vwo C deel 4* (Noordhoff Uitgevers)
- Hoofdstuk 13 'Logisch redeneren' uit *MathPlus, katern III 5 vwo / gymnasium wiskunde C* (Malmberg)
- E-klas Logica van Pauline Vos en Marco Swaen (Its Academy)
- 'Logica. Waar of onwaar' van Wim Berkelmans (Vrije Universiteit Amsterdam)
- 'Logica' van Jean Paul Van Bendegem (Luster Antwerpen)
- Hoofdstuk 1 'Redeneren en overtuigen' uit *Het oog in de storm* van Ellen Geerlings (Boom Amsterdam)
- Uitgaven van het tijdschrift Pythagoras
- (Kranten)artikelen uit Trouw, de Volkskrant, NRC Handelsblad en de Correspondent
- Lesmateriaal uit masterscriptie van Hugo Bronkhorst 'Logica in de bovenbouw van het vwo'
- (Pilot-)Examens Wiskunde C (CvTE)
- Voorbeeldopdrachten van testen in (logisch) redeneren: HCTA, CART en WGCT

Een gedetailleerde bronvermelding per opdracht en een volledige referentielijst is opgenomen in de docentenhandleiding.

### Samenstelling: Hugo Bronkhorst (onderzoeker)

Met dank aan: Martin Goedhart, Gerrit Roorda, Cor Suhre, Claudia Centen, Ellen de Poel, Hans de Jager, Wilmar Koornstra, Henk Reuling, Jan van der Schans, Gerben Tieben, Peter Vaandrager, Simon van der Veen en Zwaantje Warmelink.

### Geïnformeerde toestemming

De lessenserie en de bijbehorende toetsing behoren bij een onderzoeksproject van drs. H. Bronkhorst. De onderzoeker verklaart dat de verkregen data (audio, video, schrift en observatienotities) zodanig bewaard zullen worden zodat anderen daartoe geen toegang hebben. Alle data zullen door de onderzoeker(s) geanonimiseerd worden en vertrouwelijk worden verwerkt. De onderzoeker zal het materiaal alleen geanonimiseerd gebruiken voor onderzoeksdoeleinden en/of onderzoekspresentaties ten behoeve van het onderzoek. Te allen tijde kan er contact worden opgenomen met de onderzoeker voor meer informatie over het onderzoek of om je gegevens te laten verwijderen.

Dit werk maakt deel uit van het onderzoeksprogramma promotiebeurs voor leraren met projectnummer 023.007.043 dat (mede)gefinancierd is door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO).

# Inhoudsopgave

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Inhoudsopgave .....                                                                                   | 3  |
| §1: Logisch Redeneren .....                                                                           | 5  |
| Extra opdracht §1 .....                                                                               | 7  |
| §2: Redeneren in de rechtbank .....                                                                   | 8  |
| Huiswerkopdracht §2.....                                                                              | 12 |
| §3: Syllogismen .....                                                                                 | 13 |
| Huiswerkopdrachten §3.....                                                                            | 17 |
| Extra opdracht §3 .....                                                                               | 18 |
| §4: Diagrammen .....                                                                                  | 19 |
| Extra opdrachten en huiswerkopdrachten §4.....                                                        | 24 |
| §5: Symbolen en hier-uit-volgt.....                                                                   | 25 |
| Extra opdracht §5 .....                                                                               | 30 |
| Huiswerkopdracht §5.....                                                                              | 31 |
| §6: Als-dan-beweringen .....                                                                          | 32 |
| Extra opdracht §6 .....                                                                               | 36 |
| §7: Redeneren met onzekerheid .....                                                                   | 37 |
| Huiswerkopdracht §7.....                                                                              | 40 |
| Extra opdracht §7 .....                                                                               | 41 |
| §8: Redeneren in een grote context.....                                                               | 42 |
| Extra opdrachten en huiswerkopdracht §8.....                                                          | 46 |
| §9: Tot slot .....                                                                                    | 48 |
|  Samenvatting..... | 49 |
| §10: Examenopdrachten.....                                                                            | 56 |



## §1: Logisch Redeneren

Je docent wiskunde heeft vast vaak gezegd dat het opschrijven van een goede berekening en/of redenering belangrijk is. Misschien waren zijn of haar woorden wel: "Het gaat om het proces, niet om het uiteindelijke antwoord." Zou wiskunde dan niet beter redeneerkunde kunnen heten? Of hebben wiskundigen niet het alleenrecht op redeneren en zou wiskunde dan alleen maar 'logisch redeneren' zijn? En zo ja, wat is het verschil tussen 'redeneren' en 'logisch redeneren' dan eigenlijk? Wellicht heb je weleens gezegd bij een opdracht: "dat is toch logisch", terwijl je buurman er niets van begreep. Zou hij dan niet kunnen redeneren? Of hoe zou het leven zijn als iedereen de letterlijke logica van Ype & Ionica uit het stripje hiernaast toepast?



In deze lessenserie ga je ontdekken dat de kunst van het redeneren in allerlei (maatschappelijke) situaties van belang kan zijn: in de wiskunde, maar ook in rechtszaken, kunst, politiek, filosofie, journalistiek, et cetera. Ook leer je hoe wiskundige symbolen en formalisaties kunnen helpen redeneringen beter te doorzien.

### OPDRACHT 1:

We gaan redeneren! Los de vraagstukken die op het scherm verschijnen op. Je geeft je antwoorden met je mobiel via Socrative.

### OPDRACHT 2:

Je hebt vast weleens een Sudoku ingevuld. Je gebruikt dan voortdurend logisch redeneringen. Hiernaast zie je een stukje van een Sudoku-6-puzzel: elke rij en elke kolom bevat de getallen 1 t/m 6 waarbij elk cijfer slechts één keer voorkomt. Ook in elk blokje van zes hokjes (dikke zwarte rand) komen de cijfers 1 t/m 6 elk slechts één keer voor.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 |   |   | 1 | 2 |   |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 3 | 4 |   | 6 |   | 2 |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 |   |

Beschrijf bij deze Sudoku-6-puzzel hoe je het getal voor de omcirkelde plek kunt vinden. Je hebt daarvoor alleen het afgebeelde deel van de Sudoku nodig.

 **OPDRACHT 3:**

Lees het onderstaande artikel en/of bekijk het filmpje: <https://youtu.be/7WhKcCtFivo>

## Digitale klokken zijn in de war

6 maart 2018

(bewerking van artikel nos.nl)

- |                                          |                                          |
|------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1 Veel digitale klokken worden           | 8 moeten verspringen. Maar door          |
| 2 aangestuurd door wisselstroom. In      | 9 politieke onenigheid tussen enkele     |
| 3 Europa is dat 50 hertz. Dat betekent   | 10 Zuidoost-Europese landen gebeurt dat  |
| 4 dat de stroomrichting vijftig keer per | 11 nu iets minder vaak dan 50 keer per   |
| 5 seconde wisselt. Dat wordt door        | 12 seconde. Daardoor verspringen de      |
| 6 digitale klokken geregistreerd         | 13 cijfers wat langzamer en gaat de klok |
| 7 waardoor ze weten wanneer de cijfers   | 14 achterlopen.                          |

Dit artikel bevat één lange redenering. Zou je die redenering kunnen ontleden?  
Met andere woorden: wat zijn de uitgangspunten (aannames) en via welke redeneerstap kom je uit bij de conclusie in regel 13/14?

 **OPDRACHT 4:**

John en Fred nemen allebei hetzelfde getallenpaar in gedachten: 3 en 11.

Bij deze getallen bedenken ze:

- De **som** ( $3 + 11$ ) is **even**.
- Het **product** ( $3 \times 11$ ) is **oneven**.

John beweert:

"Als de **som** van twee gehele getallen **even** is, dan is hun **product oneven**."

Fred beweert:

"Als het **product** van twee gehele getallen **oneven** is, dan is hun **som even**."

Zijn de beweringen van John en Fred waar?

Geef een duidelijke uitleg waarom wel/niet!



**OPDRACHT 5:**

We kennen onder andere de volgende vlakke figuren:



vierkant



rechthoek



parallellogram

Hieronder staan vier beweringen. Ga na of ze waar zijn.  
Geef als een bewering niet waar is een tegenvoorbeeld.

- Als een vierhoek een vierkant is,  
dan zijn de vier zijden van die vierhoek even lang.
- Als de vier zijden van een vierhoek even lang zijn,  
dan is die vierhoek een vierkant.
- Als de tegenover elkaar liggende zijden van een vierhoek evenwijdig lopen,  
dan is die vierhoek een rechthoek.
- Een vierkant is zowel een rechthoek als een parallellogram.

**Extra opdracht §1****OPDRACHT 6:**

Er zijn twee rode en drie zwarte petjes.  
Drie kinderen weten dit en zitten in een rij. Ieder kind krijgt een petje op. Ze kunnen alleen de petjes zien van degenen die voor ze zitten.

Aan het achterste kind wordt gevraagd:  
"Weet jij welke kleur pet je op hebt?"  
Ze kijkt naar de twee petjes voor zich, denkt even na en zegt dan: "Nee."

Vervolgens wordt dit aan het middelste kind gevraagd. Hij ziet maar één petje voor zich, denkt na en antwoordt ook ontkennend.

Het voorste kind is even stil en zegt: "Dan weet ik de kleur van mijn petje!"  
Welke kleur is dat? Leg je antwoord uit.



## §2: Redeneren in de rechtbank

In de vorige paragraaf heb je kennis gemaakt met allerlei (wiskundige) redeneringen. In deze paragraaf kijken we naar het redeneren door de rechtbank. Lees hiervoor eerst het onderstaande krantenartikel.

### Verpleegster Lucia de B. krijgt levenslang

Van onze verslaggever – 25 maart 2003

(bewerking van artikel uit Trouw en NRC Handelsblad)

- |                                           |                                            |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1 DEN HAAG - De Haagse                    | 35 geen acuut gevaar. Een statisticus      |
| 2 verpleegkundige Lucia de B. heeft       | 36 heeft becijferd dat er een kans van     |
| 3 levenslang gekregen. De Haagse          | 37 een op 342 miljoen was dat Lucia bij    |
| 4 rechtbank bevond haar schuldig aan      | 38 toeval steeds dienst had.               |
| 5 moord op vier patiënten en drie         | 39 Belastend waren uitspraken van Lucia    |
| 6 pogingen tot moord. Ze was              | 40 aan collega's, waarin ze haar twijfels  |
| 7 beschuldigd van dertien moorden en      | 41 uitspraak over de zin van het           |
| 8 vijf pogingen, gepleegd in vier Haagse  | 42 behandelen van kansloze patiënten.      |
| 9 ziekenhuizen tussen 1997 en             | 43 In haar nadeel werkten verder           |
| 10 september 2001.                        | 44 passages in haar dagboeken, waarin      |
|                                           | 45 ze het heeft over een 'compulsie'       |
| 11 Volgens de rechtbank heeft Lucia       | 46 (drang) waaraan ze heeft toegegeven.    |
| 12 haar slachtoffers vergiftigd, hoewel   | 47 Volgens Lucia doelde ze op haar         |
| 13 niemand haar op heterdaad heeft        | 48 gewoonte om tarotkaarten te leggen      |
| 14 betrapt. Wel traden bijna altijd       | 49 voor patiënten.                         |
| 15 dezelfde verschijnselen op; de         |                                            |
| 16 patiënten, met wie niets aan de hand   | 50 Het grote raadsel bleef gisteren het    |
| 17 leek, liepen ineens blauw aan en er    | 51 motief van Lucia, die zelf ontkent en   |
| 18 traden ademnood en                     | 52 dus niets wil zeggen over drijfveren.   |
| 19 hartritmestoornissen op. De rechtbank  | 53 Voor de rechtbank was dat reden haar    |
| 20 acht in één geval bewezen dat Lucia    | 54 levenslang op te leggen, omdat          |
| 21 aan een baby het zeer gevaarlijke      | 55 onduidelijk is hoe groot de kans is dat |
| 22 medicijn digoxine heeft toegediend. In | 56 Lucia na vrijlating in herhaling zal    |
| 23 een bloedmonster werd de stof          | 57 vallen. De rechtbank zweeg echter       |
| 24 digoxine aangetroffen terwijl de baby  | 58 over de verwoede maar mislukte          |
| 25 volgens haar behandelend arts het      | 59 pogingen van het OM om een motief       |
| 26 medicijn niet meer kreeg               | 60 te construeren.                         |
| 27 voorgeschreven.                        |                                            |
| 28 Opvallend veel slachtoffers waren      | 61 Bij het verlaten van de zaal keek Lucia |
| 29 allochtoon. Veel allochtonen hebben    | 62 woedend naar de rechtbank. Haar         |
| 30 bezwaren tegen lijkschouwing, een      | 63 raadsman mr. A. P. Visser vindt dat de  |
| 31 reden dat de toxicologische            | 64 rechtbank te veel gewicht heeft         |
| 32 bewijsvoering moeilijk was.            | 65 gehecht aan de statistische             |
| 33 De meeste slachtoffers hadden          | 66 aanwijzingen en dat ze de bewijslast    |
| 34 slechte vooruitzichten maar er was     | 67 heeft omgedraaid.                       |

N.B. Het krantenartikel is van 25 maart 2003, dus ruim voor de herziening van de zaak waarop vrijspraak volgde in 2010.

**OPDRACHT 7:**

In deze opdracht ga je in een groepje van drie of vier een duidelijk overzicht op de flap-over maken waarbij je laat zien hoe de uitgangspunten in het krantenartikel verbonden zijn met de "bewijzen" en conclusie(s). Je brengt daarbij dus de redeneerstappen in beeld.

Om je op weg te helpen bespreek je in je groepje allereerst de volgende zaken bij het krantenartikel:

- 1) Bepaal wat de conclusie van de rechtbank is.
- 2) Bepaal welke uitgangspunten (= redenen) de rechtbank gebruikt heeft om tot die conclusie te komen.
- 3) Bepaal welke "bewijzen" (= onderbouwing van het uitgangspunt) de rechtbank geeft bij deze uitgangspunten.

Maak er op een flap-over een overzichtelijk geheel van. Bediscussieer daarna met elkaar wat je van deze uitgangspunten en bijbehorende "bewijzen" vindt.

Zet voordat je de flap-over inlevert de namen van alle groepsleden erop.

**Tijd over?**

- 4) Maak nu ook een overzicht van tegenargumenten die in het artikel genoemd worden. Geef je de rechtbank gelijk om deze argumenten naast zich neer te leggen? Of vind je deze argumenten sterk genoeg om de veroordeling te weerspreken?
- 5) Lucia de B. is veroordeeld tot levenslang. Kun je aangeven waarom dat de strafmaat is en niet 10, 20 of 30 jaar gevangenisstraf?

**OPDRACHT 8:**

In deze les hebben we gezien dat de volgende begrippen van belang zijn bij (logisch) redeneren. Probeer een omschrijving te maken bij deze begrippen en bespreek je omschrijving met je buurman/vrouw.

- Uitgangspunt
- Redeneerstap
- Conclusie
- Redenering



## THEORIE

Als we over redeneren praten, komen de volgende begrippen vaak aan bod:

### 1) Definitie

Een definitie is een beschrijving van wat iets is of betekent. Dat is van tevoren vastgesteld. In de wiskunde is de definitie van een vierkant bijvoorbeeld: "een vierhoek met vier gelijke zijden en vier rechte hoeken".



### 2) Uitgangspunt

Uitgangspunten zijn je bouwstenen voor de start van een redenering. Een definitie kan bijvoorbeeld dienen als uitgangspunt voor een redenering.

Na een redeneerstap kunnen eventueel aanvullende of nieuwe uitgangspunten geformuleerd worden om tot een sluitende conclusie te komen.

### 3) Redeneerstap

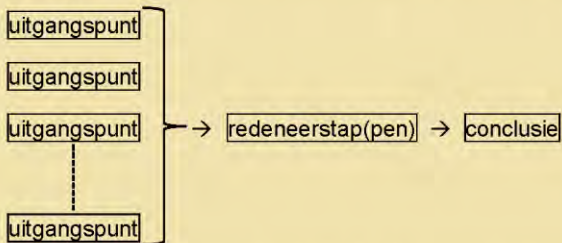
Een redeneerstap is een verbinding van uitgangspunten.

### 4) Conclusie

Een conclusie is een gevolgtrekking, oftewel het resultaat van redeneerstappen die met je uitgangspunten genomen zijn.

### 5) Redenering

Een redenering is het totale proces van bovenstaande en ziet er in een schema als volgt uit:



We noemen een redenering **logisch** als elke redeneerstap volgt uit de voorgaande stappen en/of uitgangspunten. Dan noemen we de redeneerstap **correct**. Dat hoeft trouwens niet te betekenen dat de conclusie feitelijk waar is. Dat is alleen het geval als alle uitgangspunten waar zijn en de redenering **volledig** is. Met andere woorden: er moet geen speld tussen te krijgen zijn bij elke redeneerstap. Als een redenering niet compleet is noemen we dat **onvolledig**.

**Voorbeeld:**

Lees het onderstaande krantenartikel.

### Drie jaar cel voor oplichtster kankerfonds

Van onze verslaggever – 9 oktober 2007  
(de Volkskrant/ANP)

- |                                           |                                            |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1 ASSEN – De rechtbank in Assen heeft     | 13 160.000 euro aan collecteopbrengsten    |
| 2 dinsdag de 43-jarige Margriet H.        | 14 in eigen zak. Ze hield thuis            |
| 3 veroordeeld wegens diefstal van         | 15 collectebussen met inhoud achter.       |
| 4 collectegeld van de KWF                 | 16 Ook collectegelden die bijvoorbeeld bij |
| 5 Kankerbestrijding. De vrouw krijgt drie | 17 uitvaarten waren opgehaald, stak ze     |
| 6 jaar cel, waarvan een jaar              | 18 in eigen zak. H. zei spijt te hebben,   |
| 7 voorwaardelijk met een proeftijd van    | 19 maar kon moeilijk aangeven waarom       |
| 8 drie jaar en reclasseringtoezicht. Dit  | 20 ze geld uit collectebussen zelf         |
| 9 is geheel conform de eis. Tussen        | 21 opmaakte of op haar eigen rekening      |
| 10 2002 en 2006 stak de vrouw uit         | 22 zette. Met het geld had ze naar eigen   |
| 11 Drachten, die vanaf 1999 voor de       | 23 zeggen niks bijzonders gedaan. Het is   |
| 12 KWF Kankerbestrijding werkte, ruim     | 24 opgegaan aan "nutteloosheid".           |

Probeer voor jezelf, voordat je naar de uitwerking hieronder kijkt, vast te stellen wat de uitgangspunten, redeneerstap(pen) en conclusie voor de rechtbank zijn geweest.

**Mogelijke uitwerking:**

De redenering van de rechtbank is als volgt opgebouwd:

Uitgangspunt: De vrouw hield thuis collectebussen met inhoud achter.

Uitgangspunt: De vrouw stak collectegelden opgehaald bij uitvaarten in eigenzak.

Uitgangspunt: De vrouw gaf collectegeld uit aan "nutteloosheid".

→ Redeneerstap: Schuldig aan diefstal

→ Conclusie: Veroordeeld tot 3 jaar cel ← Verborgen uitgangspunt: wetboek van strafrecht

Op verborgen uitgangspunten komen we in paragraaf 7 terug.

## Huiswerkopdracht §2

### ✎ OPDRACHT 9:

Karel, Lars en Marcus zijn verdachten in een moordzaak. Ze leggen onder ede de volgende verklaringen af:

Karel: "Lars is schuldig en Marcus is onschuldig."

Lars: "Als Karel schuldig is, dan is Marcus ook schuldig."

Marcus: "Ik ben onschuldig, maar minstens één van de anderen is schuldig."

- Stel dat alle drie de verdachten onschuldig zijn, wie pleegt/plegen er dan meeneed (=spreken niet de waarheid)?
- Stel dat ze alle drie de waarheid spreken, wie is/zijn er dan schuldig?
- Stel dat de onschuldigen de waarheid spreken en de schuldigen liegen, wie is/zijn er dan schuldig?
- Kun je aangeven wat in vraag **a**, **b** en **c** je uitgangspunten, redeneerstap(pen) en conclusie(s) zijn?



Schuldig



Onschuldig

## §3: Syllogismen

In de vorige lessen heb je kennis gemaakt met uitgangspunten, redeneerstappen en conclusies. In deze les gaan we daar wat preciezer naar kijken en eerste stappen zetten naar het verkorten en symboliseren van redeneringen. We gebruiken daarvoor korte redeneervormen, de zogenaamde syllogismen van de Griekse filosoof Aristoteles (± 384–322 voor Christus). Hij wordt beschouwd als de grondlegger van logisch redeneren. Hij ontwikkelde een theorie/structuur van **syllogismen**.



### THEORIE

Syllogismen zijn redeneervormen. Het bekendste syllogisme is:

Uitgangspunt 1 (aanname 1): Alle mensen zijn sterfelijk.

Uitgangspunt 2 (aanname 2): Socrates is een mens.

Conclusie: Dus: Socrates is sterfelijk.

Boven de streep zie je twee uitgangspunten, gevolgd door een conclusie onder de streep die is afgeleid uit de twee uitgangspunten. De streep symboliseert de redeneerstap.

Zulke uitgangspunten (aannamen) worden bij syllogismen **premissen** genoemd. Deze premissen zijn dus eigenlijk korte beweringen die voor waar worden aangenomen. Een **bewering** is dus een uitspraak die waar of onwaar kan zijn. Beringen waarvan nog niet gezegd kan worden of ze waar of onwaar zijn noemen we een **vermoeden** of **hypothese**.

Aristoteles bedacht geldige en ongeldige syllogismen. Het syllogisme hierboven is geldig en waar. Het verschil tussen geldigheid en waarheid wordt verderop besproken.

### OPDRACHT 10:

Geef aan of de volgende uitspraken beweringen zijn en zo ja, geef aan of ze waar of onwaar zijn.

- Amsterdam is de hoofdstad van Noord-Holland.
- $4 + 2$
- $4 + 2 = 8$
- Een vierkant heeft vier gelijke zijden.
- Hoe gaat het?

**OPDRACHT 11:**

Bekijk de volgende zeven syllogismen. Neem de premissen steeds als waar aan. Bepaal eerst of de conclusie logisch volgt uit de twee premissen. Geef daarna aan of de conclusie feitelijk waar is.

Als je klaar bent vergelijk je je antwoorden met je buurman/vrouw en bespreek je de verschillen.

1. Sommige landen hebben een koning.  
België heeft een koning.

Dus: Alle landen hebben een koning.

2. Alle eiken zijn bomen.  
Alle bomen zijn planten.

Dus: Alle eiken zijn planten.

3. Alle kinderen zijn jong.  
Sommige mensen zijn niet jong.

Dus: Sommige mensen zijn geen kind.

4. Alle kinderen in deze klas zijn lief.  
Alle kinderen in deze klas hebben honger.

Dus: Iedereen die lief is heeft honger.

5. Alles wat groen is is zwart.  
Gras is groen.

Dus: Gras is zwart.

6. Sommige mensen zijn dik.  
Hans is dik.

Dus: Hans is een mens.

7. Geen dier is een plant.  
Geen boom is een dier.

Dus: Alle bomen zijn planten.

**OPDRACHT 12:**

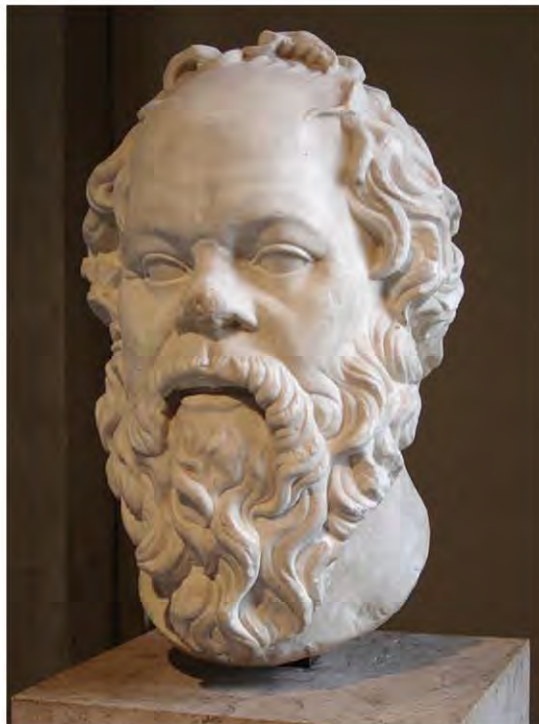
Alle syllogismen bestaan uit twee premissen en een conclusie, maar er is ook een bepaalde structuur in te ontdekken. Kijk nog eens naar het voorbeeld:

Alle mensen zijn sterfelijk.  
Socrates is een mens.

Dus: Socrates is sterfelijk.

Kun je een structuur bij het syllogisme over Socrates bedenken?

Vergelijk jouw structuur eens met die van drie anderen. Wat zijn de overeenkomsten en wat zijn de verschillen?



*Buste van Socrates in het Louvre in Parijs.*



## THEORIE

**Syllogismen** zijn redeneervormen met een bepaalde structuur. In de premissen staan woorden die bepalend zijn voor de structuur en woorden die vervangen kunnen worden door willekeurige andere woorden en dus ook door letters.

Het syllogisme over Socrates heeft de volgende structuur.

Alle mensen zijn sterfelijk.  
Socrates is een mens.

Alle A zijn B.  
C is een A.

Dus: Socrates is sterfelijk.

Dus: C is B.

De woorden die de structuur bepalen zijn dus *alle*, *zijn*, *is* en *een*.

De andere woorden zijn vervangen door letters:

A = mens(en)

B = sterfelijk

C = Socrates

Als we een structuur hebben, kunnen we iets zeggen over de geldigheid van een syllogisme met deze structuur. Een syllogisme is **geldig** als de conclusie altijd logisch volgt uit de premissen. Het maakt dan niet uit wat er op de plaats van de letters staat.

Geldigheid is niet hetzelfde als waarheid. De conclusie kan best feitelijk onwaar zijn, omdat er een onwaarheid in de premissen zit. Het volgende syllogisme is bijvoorbeeld **wel** geldig; de conclusie is waar bij deze premissen. Echter, de conclusie is feitelijk onjuist wegens een onware aanname.

Alle kinderen zijn jongens.  
Marianne is een kind.

Alle A zijn B.  
C is een A.

Dus: Marianne is een jongen.

Dus: C is B.

### OPDRACHT 13:

Kun je bij de zeven syllogismen uit opdracht 11 eenzelfde structuur aanbrengen zoals hierboven uitgewerkt in het theorieblok? Zo ja, welke?

**HINTS:1)** Maak onderscheid tussen *alle*, *sommige*, *als...dan...* en *niet*.

**2)** Bedenk dat '*alles*' en '*federeen*' hier te schrijven is als '*als...dan...*' en '*geen*' vervangen kan worden door '*alle ... niet*'.

**3)** Vervang het werkwoord '*hebben*' in je structuur steeds door '*zijn*' om het algemener te maken.

**OPDRACHT 14:**

Gebruik de structuren van de vorige opdracht om drie nieuwe syllogismen (in woorden) te maken met dezelfde structuur. Geef ze aan je buurman/vrouw en laat hem/haar beoordelen of hij/zij ze geldig (of ongeldig) vindt en vervolgens of de conclusie feitelijk waar (of onwaar) is. Bespreek de uitkomsten met elkaar.

## Huiswerkopdrachten §3

**OPDRACHT 15:**

Niet alle redeneervormen zijn syllogismen. Hieronder staan drie fundamentele redeneerschema's die door de Stoïcijnen werden gebruikt. De Stoïcijnen waren volgelingen van Zeno (335 - 265 voor Christus), een Griekse wijsgeer.

Ook in deze schema's kun je weer een structuur aanbrengen. Voor het eerste schema is dat vast gedaan.  $Z$  staat voor "Mark is ziek" en  $T$  voor "Mark blijft thuis".

1. Als Mark ziek is, blijft hij thuis.  
Mark is ziek.

Als  $Z$ , dan  $T$   
 $Z$

(Dus:) Mark blijft thuis.

(Dus:)  $T$

2. Als Mark ziek is, blijft hij thuis.  
Mark blijft niet thuis.

(Dus:) Mark is niet ziek.

3. Mark is niet zowel ziek als blij.  
Mark is ziek.

(Dus:) Mark is niet blij.

- a) Geef ook de structuur van de andere twee redeneerschema's.  
b) Wat vind je van de redeneringen? Zijn ze juist?

**OPDRACHT 16:**

Wat vind je van onderstaande uitspraken? Geef ook antwoord op de vragen.

- a) Als Hans jarig is, geeft hij een feest.  
Hans is jarig. Geeft hij een feest?
- b) Als Heleen jarig is, geeft zij een feest.  
Heleen geeft geen feest. Is zij jarig?
- c) We gaan niet zowel naar Frankrijk als naar Spanje op vakantie.  
We gaan naar Frankrijk op vakantie. Gaan we ook naar Spanje?
- d) We gaan of voetballen of naar de film.  
We gaan voetballen. Gaan we ook naar de film?
- e) We krijgen of chips of pinda's.  
We krijgen geen pinda's. Krijgen we wel chips?

**Extra opdracht §3****OPDRACHT 17:**

Beeoordeel de uitspraak in onderstaande strip.  
Bespreek dit met je buurman/vrouw.



## §4: Diagrammen

In deze les gaan we dieper in op de redeneerschema's uit paragraaf 3. Ook zullen we symbolen gaan invoeren om deze schema's nog korter te noteren en leer je een techniek om redeneringen te visualiseren.

We gaan weer terug naar het eerste syllogisme van paragraaf 3:

Alle mensen zijn sterfelijk.  
Socrates is een mens.

Alle *A* zijn *B*.  
*C* is een *A*.

Dus: Socrates is sterfelijk.

Dus: *C* is *B*.

### OPDRACHT 18:

Deze opdracht maak je op een **werkblad**.

Vraag: Hoe zouden we bovenstaand syllogisme kunnen visualiseren?

Als je iets gevonden hebt, bespreek je je ideeën met drie of vier anderen.

Welke visualisatie vind je het meest geschikt?



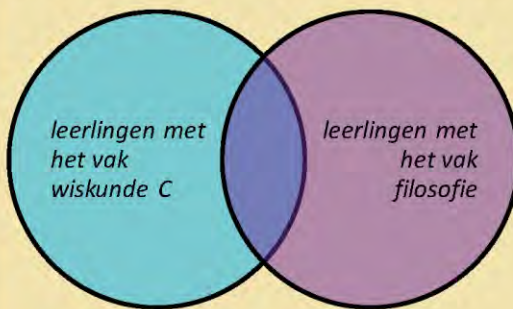


## THEORIE

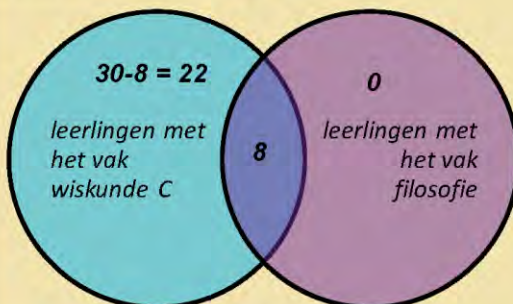
Een veel gebruikte methode om visualisaties te maken bij uitspraken en redeneringen is een Venn-diagram naar de Britse logicus John Venn (1834-1923). Een Venn-diagram bestaat uit cirkels die de verschillende verzamelingen weergeven, waarbij een verzameling ook leeg mag zijn. Alles buiten de cirkel zit dus niet in de verzameling.

### Voorbeeld:

Neem bijvoorbeeld de verzameling van alle leerlingen met het vak filosofie en de verzameling van alle leerlingen met het vak wiskunde C. We zouden dat als volgt weer kunnen geven: een cirkel met alle leerlingen die het vak wiskunde C volgen en een cirkel van alle leerlingen die het vak filosofie hebben. De leerlingen die beide vakken hebben zitten in het overlappende gebied. Een leerling buiten de cirkels heeft geen van beide vakken. Het Venn-diagram ziet er dan als volgt uit:



Weten we ook de aantallen, dan zou je die erbij kunnen zetten in het Venn-diagram. Stel dat we weten dat iedereen die filosofie heeft ook wiskunde C volgt en dat er in totaal 30 leerlingen wiskunde C hebben, waarvan 8 leerlingen ook filosofie. Het plaatje ziet er dan als volgt uit:



Kijken we naar onderstaand syllogisme dat je in opdracht 12 hebt gevisualiseerd, dan kunnen we een cirkel maken voor alle mensen ( $A$ ) en voor alles wat sterfelijk is ( $B$ ).  $C$  zit in  $A$ , dus we zien in het plaatje dat  $C$  ook in  $B$  zit.

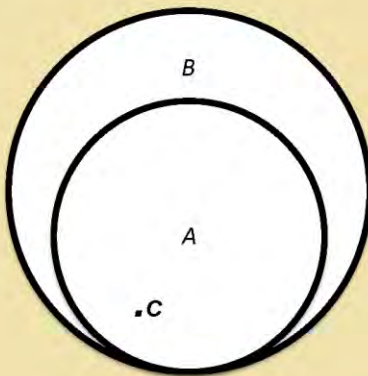
Alle mensen zijn sterfelijk.  
Socrates is een mens.

Alle  $A$  zijn  $B$ .  
 $C$  is een  $A$ .

Dus: Socrates is sterfelijk.

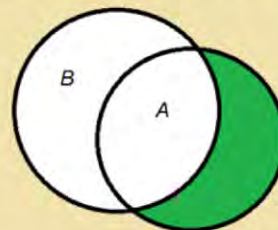
Dus:  $C$  is  $B$ .

**Plaatje:**



**Opmerking:**

Bovenstaand plaatje is officieel geen Venn-diagram. In een Venn-diagram worden namelijk alle mogelijke wiskundige en/of logische relaties getoond. Echter, voor situaties uit de echte wereld zijn vaak niet alle gebieden nodig en is het soms overzichtelijker om een leeg gebied weg te laten. Hierboven hebben we alle mensen (gebied  $A$ ) namelijk in het gebied sterfelijk ( $B$ ) gelegd, omdat er geen mensen zijn die niet sterfelijk zijn. Als er een stuk van  $A$  buiten  $B$  had gelegen zou dat deel toch leeg blijven. Zie het groen gekleurde gebied hiernaast. Bovenstaand diagram heet daarom officieel een Euler-diagram, maar in dit boekje gebruiken we voor het gemak voor beide diagrammen het woord 'Venn-diagram'.



 **OPDRACHT 19:**

Teken nu bij de volgende twee syllogismen uit opdracht 11 ook een Venn-diagram en laat daarin zien dat het syllogisme geldig is. Met andere woorden: dat de conclusie waar is bij de premissen.

2. Alle eiken zijn bomen.  
Alle bomen zijn planten.

Dus: Alle eiken zijn planten.

3. Alle kinderen zijn jong.  
Sommige mensen zijn niet jong.

Dus: Sommige mensen zijn geen kind.

**THEORIE**

We kunnen Venn-diagrammen ook gebruiken om op een overzichtelijke manier aan te tonen dat een bewering niet correct is. Je hoeft dan maar één **tegenvoorbeeld** te geven om de bewering te ontkrachten (falsifiëren).

 **OPDRACHT 20:**

Teken nu bij de volgende twee syllogismen uit opdracht 11 een Venn-diagram en laat daarin zien dat de conclusie niet per se volgt uit de premissen.

4. Alle kinderen in deze klas zijn lief.  
Alle kinderen in deze klas hebben honger.

Dus: Iedereen die lief is heeft honger.

6. Sommige mensen zijn dik.  
Hans is dik.

Dus: Hans is een mens.

Vergelijk je diagrammen met je buurman/vrouw en bespreek de verschillen.

**OPDRACHT 21:**

Hiernaast zie je het Venn-diagram bij de volgende situatie:  
 In een klein café zitten 52 volwassen gasten (mannen en vrouwen), 40 drinken alcohol, waarvan 7 sterke drank.  
 Dertig mannen drinken alcohol, waarvan 2 mannen zelfs sterke drank. Eén gast drinkt geen alcohol en is vrouw.



Beantwoord de volgende vragen:

- Waarom staat er twee keer een 5 in het diagram?
- Hoeveel mannen drinken geen alcohol?
- Hoeveel mannen zijn er aanwezig? Leg uit!
- Teken het diagram nu nog een keer zonder dat de twee nullen nodig zijn. Heb je dezelfde tekening als je buurman?  
 Als ze verschillend zijn, controleer en bespreek dan elkaars tekening.

**OPDRACHT 22:**

Een veelgemaakte redenering is de volgende:

*"90% van de longkanker patiënten heeft gerookt."*

*Dus: "Als je rookt, dan is de kans op longkanker 90%".*

Laat met een Venn-diagram zien dat de omdraaiing *"Als je rookt, dan is de kans op longkanker 90%"* niet zomaar is toegestaan.



## Extra opdrachten en huiswerkopdrachten §4

### OPDRACHT 23:

Teken bij de volgende beweringen steeds een Venn-diagram.

- Vrouwen kunnen niet voetballen.
- Sommige vrouwen kunnen voetballen.
- Sommige vrouwen kunnen niet voetballen.
- Alle vrouwen kunnen voetballen.
- Alleen vrouwen kunnen voetballen.

### OPDRACHT 24:

Onderzoek met behulp van een Venn-diagram of de conclusie volgt uit de gegeven uitgangspunten.

- Alle panda's eten bamboe.  
Wu Wen is een panda.

Dus: Wu Wen eet bamboe.

- Alle huizen die na 2000 zijn gebouwd hebben dubbelglas.  
Ons huis heeft dubbelglas.

Dus: Ons huis is na 2000 gebouwd.



### OPDRACHT 25:

In Kitty's huis lopen nogal wat katten rond.

- Zeven katten eten geen Kitkat.
- Zes katten eten geen KatDiner.
- Vijf katten eten geen FreshFood.
- Vier katten eten noch Kitkat noch FreshFood.
- Drie katten eten noch Kitkat noch Katdiner.
- Twee katten eten noch Katdiner noch FreshFood.
- Eén kat eet noch Kitkat, noch Katdiner, noch Freshfood.
- Geen enkele kat eet alle drie de soorten kattenvoer.

Hoeveel katten heeft Kitty?

Laat duidelijk zien hoe je aan je antwoord komt.



## §5: Symbolen en hier-uit-volgt

In deze les maak je kennis met symbolen om bewerkingen en uitspraken korter op te kunnen schrijven.



### THEORIE

Om beweringen en uitspraken korter te kunnen opschrijven, gaan we de volgende symbolen invoeren voor veel gebruikte woorden:

| Woord                             | Symbool       |
|-----------------------------------|---------------|
| niet                              | $\neg$        |
| en                                | $\wedge$      |
| of <i>(inclusieve of)</i>         | $\vee$        |
| als... dan... <i>(implicatie)</i> | $\Rightarrow$ |

Laten we de volgende uitspraken eens bekijken om de symbolen te illustreren:

A: het regent

C: ik neem een paraplu mee

B: ik ga met de bus

D: de zon schijnt

#### niet

De uitspraak "het regent niet" is de ontkenning van A en noteren we als:  $\neg A$ . Het niet-symbool zetten we er dus voor.

#### en

De uitspraak "het regent en ik neem een paraplu mee" wordt:  $A \wedge C$ .

#### of

De uitspraak "het regent of de zon schijnt" wordt:  $A \vee D$ .

Dit of-symbool wordt gebruikt voor het *inclusieve of* en betekent in het dagelijks taalgebruik "en/of". Het kan namelijk gebeuren dat het regent en tegelijkertijd de zon schijnt en je een mooie regenboog ziet verschijnen.

Bij het trekken van conclusies moet je dus oppassen bij het woordje 'of'. Zoals je in opdracht 16 al hebt gezien hebt, kun je er bij de uitspraak "we krijgen of chips of pinda's" vanuit gaan dat je òf pinda's òf chips krijgt en niet beide.

#### als-dan

De uitspraak "als het regent, dan ga ik met de bus of neem ik een paraplu mee" wordt:  $A \Rightarrow (B \vee C)$

→→→

We zien in de laatste uitspraak dat er **haakjes** gebruikt worden zodat duidelijk is wat bij elkaar hoort. Als van dat stuk de ontkenning nodig is, dan komt het niet-symbool voor het haakje te staan.

Bijvoorbeeld: "Ik wil geen melk of suiker in mijn koffie." We gaan er hier vanuit dat 'geen' op de gehele zin slaat, oftewel niet-(melk of suiker). In letters en symbolen:

$P$ : melk in de koffie

$Q$ : suiker in de koffie

Dus:  $\neg(P \vee Q)$ .

### Voorbeeld met redeneerschema:

Laten we nog eens kijken naar het eerste redeneerschema van opdracht 15. De aannames/uitgangspunten staan boven de streep. Deze worden als waar aangenomen. De conclusie staat onder de streep.

| Voluit:                             | Schema:             | Schema met symbolen: |
|-------------------------------------|---------------------|----------------------|
| Als Mark ziek is, blijft hij thuis. | Als $Z$ , dan $T$ . | $Z \Rightarrow T$    |
| Mark is ziek.                       | $Z$                 | $Z$                  |
| Mark blijft thuis.                  | $T$                 | $T$                  |

### OPDRACHT 26:

Geef voor redeneerschema 2 en 3 van opdracht 15 ook een schema met symbolen.

2. Als Mark ziek is, blijft hij thuis.  
Mark blijft niet thuis.

---

Mark is niet ziek.

3. Mark is niet zowel ziek als blij.  
Mark is ziek.

---

Mark is niet blij.

Vergelijk je antwoord met dat van je buurman/vrouw en bespreek de verschillen.

*HINT: Bedenk zelf of er haakjes nodig zijn.*

**OPDRACHT 27:**

Laten we eens kijken naar een uitgangspunt van de rechtbank uit de tweede alinea uit het krantenartikel van paragraaf 2 over Lucia de B. Er werd daar een verband gelegd tussen vergiftiging en blauw aanlopen. Laten we dat eens als twee losse beweringen bekijken. We gebruiken voor de beweringen hoofdletters.

A: De baby is vergiftigd.

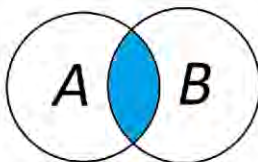
B: De baby loopt blauw aan.

Met deze twee beweringen kunnen we allerlei uitspraken doen:

- 1) De baby is vergiftigd **en** de baby loopt blauw aan.
- 2) Het is **niet** zo dat de baby is vergiftigd **en** dat de baby blauw aanloopt.
- 3) De baby is vergiftigd **of** de baby loopt blauw aan.
- 4) **Of** de baby is vergiftigd, **of** de baby loopt blauw aan.
- 5) **Als** de baby is vergiftigd, **dan** loopt de baby blauw aan.

De eerste uitspraak kunnen we ook korter schrijven met de hoofdletters A & B en de geïntroduceerde symbolen aan het begin van deze paragraaf en vervolgens weergeven in een Venn-diagram. De uitspraak wordt dan:

- 1)  $A \wedge B$



- a) Vertaal uitspraak 2 en 3 nu ook naar letters en symbolen en geef in een Venn-diagram aan welk gebied daarbij hoort.
- b) Teken een Venn-diagram bij uitspraak 4.
- c) Vertaal uitspraak 5. Hoe zou je dit in een Venn-diagram kunnen weergeven? Heb je dezelfde keuze als je buurman/vrouw gemaakt? Bespreek je verschillen.
- d) Bekijk de uitspraken en je diagrammen nog eens. Wanneer vind je een verband tussen A & B voldoende sterk om als bewijs in een rechtszaak te gebruiken?

**OPDRACHT 28:**

Laten we nog eens preciezer naar de vijfde uitspraak gaan kijken.

“**Als** de baby is vergiftigd, **dan** loopt de baby blauw aan.”

Oftewel:  $A \Rightarrow B$ , met

A: De baby is vergiftigd.

B: De baby loopt blauw aan.

Wat kun je zeggen over B als:

- a) A waar is?
- b) A niet waar is? Dus als gegeven is:  $\neg A$ .

Wat kun je zeggen over A als:

- c) B waar is?
- d) B niet waar is? Dus als gegeven is:  $\neg B$ .

Bespreek dit met twee of drie klasgenoten.

**THEORIE**

Uit een als...dan...-bewering van de vorm als A, dan B (in het kort:  $A \Rightarrow B$ ) kun je op twee manieren een juiste/geldige conclusie trekken:

- 1) Als A gegeven is/waar is, dan volgt B automatisch (**modus ponens**);
- 2) Als B niet waar is, dan is A automatisch ook niet waar (**modus tollens**).

Bij modus ponens lees je de bewering netjes van links naar rechts. Bij modus tollens lees je de bewering ontkennend van rechts naar links. Het kan dus nooit zo zijn dat als A wel waar is, B niet waar is.

Andersom weet je dat niet. Als B waar is, dan weet je niet noodzakelijkerwijs of A waar is, ook al is het verleidelijk om A dan aan te nemen (**omkering**).

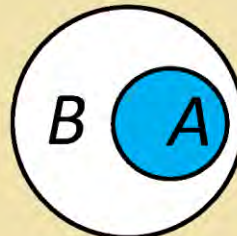
**Samengevat (geldige conclusies):****Modus ponens (bevestigende modus):**

Gegeven is A en  $A \Rightarrow B$ . Hier-uit-volgt als conclusie B.

**Modus tollens (ontkennende modus):**

Gegeven is  $\neg B$  en  $A \Rightarrow B$ . Hier-uit-volgt als conclusie  $\neg A$ .

$\rightarrow \rightarrow \rightarrow$



**Maar let op (ongeldige conclusie):****Omkering:**

Gegeven is  $B$  en  $A \Rightarrow B$ . Hier-uit-volgt als conclusie  $A$ .

Dit hoeft niet juist te zijn. Je kunt dan namelijk ook in het witte gedeelte van de cirkel  $B$  zitten in het diagram hiernaast!

**Voorbeeld:**

Als Peter jarig is, (dan) trakteert hij op school.

We hebben dus:

$A$ : Peter is jarig

$B$ : Peter trakteert op school

Er geldt:  $A \Rightarrow B$  en is weergegeven in het Venn-diagram hieronder.

**1) Modus ponens (geldig)**

Peter is jarig ( $A$ ),

dus: Peter trakteert op school ( $B$ ).

**2) Modus tollens (geldig)**

Peter trakteert niet op school ( $\neg B$ ),

dus: Peter is niet jarig ( $\neg A$ ).

**3) Omkering (ongeldig)**

Peter trakteert op school ( $B$ ),

dus: Peter is jarig ( $A$ ).

Dit is niet noodzakelijk waar, want Peter kan ook best om een andere reden trakteren. Peter trakteert misschien wel omdat hij alleen maar voldoende op zijn rapport heeft.

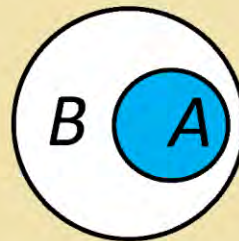
**4) Ontkenning van het als-stuk (ongeldig)**

Peter is niet jarig ( $\neg A$ ),

dus: Peter trakteert niet ( $\neg B$ ).

Over de ontkenning van het als-stuk zegt de als-dan-bewering  $A \Rightarrow B$  niets.

Als Peter niet jarig is, maakt het niet uit of hij wel of niet trakteert. Daar doet de als-dan-bewering geen uitspraak over. Je weet alleen dat er sowieso een traktatie volgt als Peter jarig is, maar ook als Peter niet jarig is mag hij best trakteren.



**OPDRACHT 29:**

Laten we de volgende beweringen nemen:

A: Ik heb goed geleerd voor mijn proefwerk wiskunde.

B: Ik heb een goed cijfer gehaald voor mijn proefwerk wiskunde.

We nemen aan dat geldt:  $A \Rightarrow B$ .

Leg bij deze beweringen uit waarom modus ponens en modus tollens inderdaad een juiste redenering geven en de omkering ( $B \Rightarrow A$ ) een ongeldige redenering.

**OPDRACHT 30:**

Gegeven is de bewering:  $(A \vee B) \Rightarrow C$ .

- Geef een voorbeeld in gewone taal bij deze bewering.
- Hoe kun je deze bewering weergeven in een Venn-diagram?  
Vergelijk je tekening met die van je buurman/vrouw.

**Extra opdracht §5****OPDRACHT 31:**

(CE 2017-II vwo wiskunde C (pilot))

De Engelse onderzoeker Arthur Evans vond in 1900



op het eiland Kreta honderden kleitabletten die beschreven waren met een onbekend schrift. Op de foto zie je zo'n kleitablet. Omdat de tekens grotendeels opgebouwd zijn uit lijntjes noemde hij dit schrift Lineair B. Lineair B heeft 90 verschillende tekens waarmee woorden geschreven werden.

Elk schrift kan ingedeeld worden bij precies één van de volgende drie typen:

- karakterschrift: elk teken is een apart woord;
- lettergrepenschrift: elk teken is een lettergreep;
- alfabet: elk teken is een letter.

We voeren de volgende afkortingen in:

K: een schrift is een karakterschrift

L: een schrift is een lettergrepenschrift

A: een schrift is een alfabet

D: een schrift heeft duizend of meer tekens

V: een schrift heeft veertig of minder tekens

De volgende twee beweringen zijn waar:  $K \Rightarrow D$  en  $A \Rightarrow V$ .

- Vertaal deze twee beweringen in gewone zinnen.

Lineair B heeft, zoals hierboven vermeld is 90 verschillende tekens.  
Omdat 90 minder is dan 1000 en meer dan 40, gelden:  $\neg D$  en  $\neg V$ .

Je kunt nu op grond van het voorgaande concluderen dat Lineair B een lettergrepschrift moet zijn.

- b) Geef alle redeneerstappen die tot die conclusie leiden. Gebruik daarbij alleen de afkortingen hierboven en logische symbolen.

## Huiswerkopdracht §5

### OPDRACHT 32:

Deze opdracht maak je op een **werkblad**.

Lees het onderstaande krantenartikel. De theorie uit de eerste vier paragrafen is bruikbaar om de redeneringen in dit krantenartikel te begrijpen.

### Mogelijk tientallen doden door herrie

Van onze verslaggever – 19 juni 2008  
(NRC Handelsblad)

- |                                            |                                              |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1 ROTTERDAM, 19 JUNI. In de regio          | 10 door herrie. Bij ongeveer 3 procent neemt |
| 2 Rijnmond overlijden jaarlijks mogelijk   | 11 dat ernstige vormen aan. "Mensen raken    |
| 3 tientallen mensen aan de gevolgen van    | 12 daardoor gestrest en lopen een hoge       |
| 4 verkeersherrie. Dat concludeert de       | 13 bloeddruk op. Dat kan weer leiden tot een |
| 5 Milieumonitoring Stadsregio Rotterdam    | 14 beroerte of hartinfarct", aldus een       |
| 6 (MSR) vandaag in de jaarlijkse           | 15 woordvoerder van de Milieudienst          |
| 7 milieubarometer. Uit het rapport Geluid, | 16 Rijnmond. Volgens het rapport scoort de   |
| 8 gezondheid en geld blijkt dat één op de  | 17 Rotterdamse regio niet slecht in          |
| 9 twaalf Rijnmonders slaapproblemen heeft  | 18 vergelijking met andere steden.           |

- a) Probeer de redenering van de journalist schematisch weer te geven. Geef de uitgangspunten en de redeneerstappen die voorafgaan aan de conclusie die in de kop van het artikel staat.
- b) Wat vind je van de redenering van deze journalist?
- c) Probeer (een gedeelte van) de redenering ook te visualiseren met een Venn-diagram.

Lever ruim voor aanvang van de volgende les het werkblad in bij je docent.  
Dat mag ook een leesbare scan/foto zijn.

## §6: Als-dan-beweringen

In deze les ga je nog wat beter kijken wanneer je geldige conclusies kunt trekken uit als-dan-beweringen.

### OPDRACHT 33:

Laten we de volgende beweringen nemen:

A: Het regent.

B: De straat wordt nat.

We weten dat geldt:  $A \Rightarrow B$ .

Hieronder staat steeds een uitspraak. Geef –indien mogelijk– steeds de hier-uit-volgt conclusie en licht je antwoord toe.

- a) Het regent.
- b) De straat wordt nat.
- c) Het regent niet.
- d) De straat wordt niet nat.

### OPDRACHT 34:

Laten we de volgende beweringen nemen:

A: Het sneeuwt.

B: Sandra komt naar school.

We weten dat geldt:  $A \Rightarrow \neg B$ .

Hieronder staat steeds een uitspraak. Geef –indien mogelijk– steeds de hier-uit-volgt conclusie en licht je antwoord toe.

- a) Het sneeuwt.
- b) Sandra komt niet naar school.
- c) Het sneeuwt niet.
- d) Sandra komt naar school.

Vergelijk je antwoorden van opdracht 33 en opdracht 34 met die van je buurman/vrouw en bespreek te verschillen. Probeer het met elkaar eens te worden.

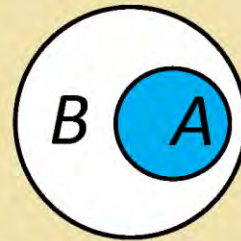




## THEORIE

In opdracht 33 en 34 zijn de beweringen  $A$  steeds **voldoende voorwaarden** om het gevolg te laten optreden. Zodra het sneeuwt weet je dat Sandra niet naar school komt, maar het hoeft geen **nodige (oftewel: noodzakelijke) voorwaarde** te zijn. Er kunnen tenslotte andere redenen zijn om niet naar school te komen.

Met andere woorden: bij elke implicatie van de vorm  $A \Rightarrow B$  is  $A$  een **voldoende voorwaarde** om  $B$  te laten optreden. Je kunt het woord 'voldoende' dus letterlijk lezen: het hebben van  $A$  is voldoende/genoeg om voor  $B$  te zorgen (gekleurde gedeelte in het Venn-diagram), maar voldoende sluit andere mogelijkheden om  $B$  te laten optreden niet uit (witte gedeelte in cirkel  $B$ ). In het vorige theorieblok hebben we daarom ook gezien dat de omkering niet noodzakelijk waar hoeft te zijn. Kan  $B$  echter niet optreden zonder dat je  $A$  hebt, dan noemen we  $A$  een **noodzakelijke voorwaarde**.



### Voorbeeld:

Als een getal deelbaar is door 8, dan is het getal deelbaar door 2.

Neem nu  $A$ : "een getal is deelbaar door 8"

en  $B$ : "een getal is deelbaar door 2".

Deelbaar zijn door 8 ( $A$ ) is een **voldoende voorwaarde** om deelbaar te zijn door 2 ( $B$ ), maar niet noodzakelijk. Er zijn getallen die *wel* deelbaar zijn door 2, maar niet door 8. Bijvoorbeeld: 2, 4, 10, 12, 14, et cetera.

Ook geldt **modus tollens**, want als een getal niet deelbaar is door 2, dan is het ook niet deelbaar door 8.

Andersom geldt dat deelbaar zijn door 2 **noodzakelijk** is om deelbaar te zijn door 8.

Als een getal niet deelbaar is door 2, kan het nooit deelbaar zijn door 8. Echter, deelbaar zijn door 2 is niet voldoende om deelbaar door 8 te zijn.

**OPDRACHT 35:**

Een fabrikant maakt zware stenen. Op de ene kant is altijd een dier (vis, vlinder, ...) getekend en op de andere kant een hemellichaam (maan, zon, ...).



Iemand beweert: "Als aan de ene kant een maan staat, dan staat aan de andere kant een vis." Neem aan dat de stenen inderdaad aan deze bewering voldoen en beantwoord de volgende vragen. Laat steeds zien hoe je aan je antwoord komt.

- Wat kan er aan de andere kant van een steen staan met een maan?
- Wat kan er aan de andere kant van een steen staan met een vlinder?
- Kan er aan de andere kant van een steen met een ster een vis staan?
- Wat kan er aan de andere kant van een steen met een vis staan?
- Is het zien van een maan een voldoende voorwaarde om een vis aan de andere kant te hebben?
- Is het zien van een maan een noodzakelijke voorwaarde om een vis aan de andere kant te hebben?
- Is het zien van een vis een noodzakelijke voorwaarde om een maan aan de andere kant te hebben?
- Kijk nu eens naar: "Als ik de Nederlandse bank beroof, dan ben ik rijk." Is deze bewering wat vorm betreft gelijkwaardig met "Als aan de ene kant een maan staat, dan staat aan de andere kant een vis". Leg duidelijk uit waarom wel/niet.

**OPDRACHT 36:**

Ga er in deze opdracht steeds vanuit dat de stelling **waar** is.

**Voorbeeld:**

Gegeven: *figuur 1*      *figuur 2*



Stelling: Als figuur 1 een vierkant is, dan is figuur 2 een cirkel.

Vraag: Is figuur 2 een cirkel? Geef ook een toelichting.

☐ Ja    ☐ Nee    ☐ Er is meer informatie nodig

→→→

Antwoord: We weten: *figuur 1: vierkant*  $\Rightarrow$  *figuur 2: cirkel*.

Dus: **Ja**, er is gegeven dat figuur 1 een vierkant is, dus dan moet figuur 2 wel een cirkel zijn (modus ponens).

a)            *figuur 1*            *figuur 2*



Stelling: Als figuur 1 een driehoek is, dan is figuur 2 een cirkel.

Vraag: Is figuur 1 een driehoek?

☐ Ja   ☐ Nee   ☐ Er is meer informatie nodig

Geef ook een toelichting.

b)            *figuur 1*            *figuur 2*



Stelling: Als figuur 1 een driehoek is, dan is figuur 2 een cirkel.

Vraag: Is figuur 2 een cirkel?

☐ Ja   ☐ Nee   ☐ Er is meer informatie nodig

Geef ook een toelichting.

c)            *figuur 1*            *figuur 2*



Stelling: Als figuur 1 geen auto is, dan is figuur 2 geen boek.

Vraag: Is het nu zeker dat figuur 2 een boek is?

☐ Ja   ☐ Nee   ☐ Er is meer informatie nodig

Geef ook een toelichting.

## Extra opdracht §6

### OPDRACHT 37:

Hieronder staan vier voorwaarden.

Per voorwaarde kun je aangeven of hij nodig is, voldoende is, allebei of geen van beide. Plaats een X bij de juiste voorwaarde.

| a) Om een ruit te zijn:                             | Is nodig |     | Is voldoende |     |
|-----------------------------------------------------|----------|-----|--------------|-----|
|                                                     | Ja       | Nee | Ja           | Nee |
| - dat de diagonalen loodrecht op elkaar staan       |          |     |              |     |
| - dat alle zijden even lang zijn                    |          |     |              |     |
| - overstaande hoeken even groot zijn                |          |     |              |     |
| - de diagonalen elkaar loodrecht middendoor snijden |          |     |              |     |

| b) Om een vierkant te zijn:                         | Is nodig |     | Is voldoende |     |
|-----------------------------------------------------|----------|-----|--------------|-----|
|                                                     | Ja       | Nee | Ja           | Nee |
| - dat de diagonalen loodrecht op elkaar staan       |          |     |              |     |
| - dat alle zijden even lang zijn                    |          |     |              |     |
| - overstaande hoeken even groot zijn                |          |     |              |     |
| - de diagonalen elkaar loodrecht middendoor snijden |          |     |              |     |

| c) Om een parallellogram te zijn:                   | Is nodig |     | Is voldoende |     |
|-----------------------------------------------------|----------|-----|--------------|-----|
|                                                     | Ja       | Nee | Ja           | Nee |
| - dat de diagonalen loodrecht op elkaar staan       |          |     |              |     |
| - dat alle zijden even lang zijn                    |          |     |              |     |
| - overstaande hoeken even groot zijn                |          |     |              |     |
| - de diagonalen elkaar loodrecht middendoor snijden |          |     |              |     |

## §7: Redeneren met onzekerheid

In de vorige paragrafen hebben we gezien dat als-dan-redeneringen lastig kunnen zijn en er conclusies getrokken kunnen worden die heel aannemelijk kunnen klinken, maar strikt genomen niet waar hoeven te zijn. Dat kon bijvoorbeeld zichtbaar gemaakt worden met een Venn-diagram. In deze paragraaf begin je met een opdracht waarin je alle kennis van de vorige paragrafen nodig hebt (bekijk de theorieblokken nog eens), waarna je wat beter gaat kijken naar redeneringen met bepaalde onzekerheden.

### OPDRACHT 38: Experiment onder rechtenstudenten

(naar: CE 2017-1 vwo wiskunde C (pilot))

Bij een experiment onder 300 eerstejaars rechtenstudenten moesten deze studenten zich buigen over de volgende redenering:

#### Redenering I

'Als je stoer bent, dan ga je laat naar bed.'

Jij bent niet stoer, dus jij gaat niet laat naar bed.'

De bewering in de eerste zin kunnen we met symbolen als volgt weergeven:  $S \Rightarrow L$

- a) Geef de bewering in de tweede zin weer in logische symbolen en leg uit dat deze bewering niet volgt uit de bewering in de eerste zin.

Uit dit experiment bleek dat 70 procent van de 300 eerstejaars rechtenstudenten redenering I ontmaskerde als een ongeldige redenering.

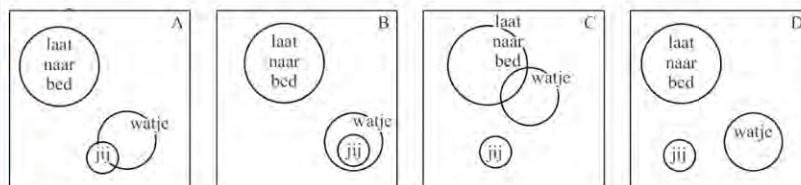
De rechtenstudenten kregen de opdracht om ook bij de volgende redenering te onderzoeken of deze geldig of ongeldig was:

#### Redenering II

'Als je een watje bent, dan ga je niet laat naar bed.'

Jij gaat niet laat naar bed, dus jij bent een watje.'

Slechts 28 procent van de eerstejaars rechtenstudenten gaf het juiste antwoord. Eén van de volgende Venn-diagrammen is geschikt om te onderzoeken of redenering II geldig is of niet.



→→→

- b) Welk Venn-diagram is geschikt om te onderzoeken of redenering II geldig is of niet? Licht je antwoord toe.

Nu bekijken we de volgende twee beweringen:

1. Als je stoer bent, dan ga je laat naar bed.
2. Als je een watje bent, dan ga je niet laat naar bed.

- c) Is uit dit tweetal beweringen de conclusie 'Als je een watje bent, dan ben je niet stoer' te trekken? Licht je antwoord toe.
- d) Bespreek je antwoorden op vraag b en c met je buurman/vrouw. Waar zitten de verschillen? En wie heeft er gelijk? Leg ook uit waarom.

#### OPDRACHT 39:

Een econoom doet de volgende uitspraak:

*"Als de overheid van een land het goed doet, dan zullen de economische indicatoren waaronder werkgelegenheid een gezonde economie laten zien".*

Op dit moment zijn de werkloosheidcijfers erg laag en laten andere indicatoren ook zien dat de economie gezond is.

Welke uitspraak kun je nu doen over het overheidsbeleid?  
Laat zien hoe je aan je antwoord komt!



**OPDRACHT 40:**

Lees het onderstaande krantenartikel.

## Het begint bij een glas per dag

Door: Rinske Koelewijn – 5 oktober 2016  
(bewerking van artikel uit NRC Handelsblad)

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1 Drie van de vier volwassenen drinken<br/>2 matig. Maar nul glazen is beter, zegt<br/>3 hoogleraar psychiatrie René Kahn.<br/>4 "Alcohol is de meest vermijdbare<br/>5 doodsoorzaak, na roken." Toch gaf de<br/>6 Gezondheidsraad tot voor kort het<br/>7 advies dat dagelijks één glas wijn<br/>8 gezond was, maar volgens Kahn is de<br/>9 gezondheidsraad in de val van de<br/>10 hockeystick getrapt: "Neem alle<br/>11 onderzoeken naar de relatie tussen<br/>12 alcohol en sterfte en maak een</p> | <p>13 grafiek. De x-as geeft de hoeveelheid<br/>14 alcohol aan, de y-as de sterfte. Je zou<br/>15 een rechte lijn verwachten van<br/>16 linksonder naar rechtsboven: hoe<br/>17 meer alcohol, hoe groter de sterfte.<br/>18 Maar helaas, er is geen rechte lijn,<br/>19 maar een gekantelde, een<br/>20 hockeystick. Kijk je naar de kromming<br/>21 in de stick, dan kun je de conclusie<br/>22 trekken: een beetje drinken is minder<br/>23 dodelijk dan niet drinken..."</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

- a) Kun je op basis van dit fragment achterhalen wat naar alle waarschijnlijkheid de redenering van de Gezondheidsraad is geweest om het drinken van wijn te adviseren?
- b) Kahn beweert dat er een fout zit in die redenering. Welke informatie mist hier over de geheelonthouders? Heeft je buurman/vrouw hetzelfde gevonden?



→→→



**Vervolg krantenartikel "Het begint bij een glas per dag"**

|                                             |                                               |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 24 De Gezondheidsraad heeft het advies      | 37 zijn religieus, ze vinden het niet lekker. |
| 25 inmiddels aangepast: "drink geen         | 38 Deze niet-drinkers overlijden helemaal     |
| 26 alcohol, en als u het toch niet laten    | 39 niet eerder dan matige drinkers. De        |
| 27 kunt, niet meer dan een glas per dag."   | 40 verhoogde sterfte onder de niet-           |
| 28 Kahn: "In de meeste onderzoeken          | 41 drinkers wordt veroorzaakt door de         |
| 29 worden de (matige) drinkers              | 42 niet-drinkers die om                       |
| 30 vergeleken met geheelonthouders.         | 43 gezondheidsredenen niet dronken, of        |
| 31 Maar het punt is: aan de                 | 44 die gestopt zijn met drinken na een        |
| 32 geheelonthouders is nooit gevraagd       | 45 alcoholprobleem. Dat is de groep die       |
| 33 <i>waarom</i> ze niet drinken. Ga je dat | 46 de gekke krul in de hockeystick            |
| 34 uitpluizen, dan zie je dat mensen        | 47 veroorzaakt, waaruit de verkeerde          |
| 35 allerlei redenen hebben om alcohol te    | 48 conclusie is getrokken, dat één glas       |
| 36 laten staan: ze willen gezond leven, ze  | 49 beter is dan geen."                        |

- c) Hoe zou je de bewering van Kahn het beste kunnen visualiseren? Laat vervolgens jouw schema/diagram/representatie zien en vergelijk jouw visualisatie met die van drie of vier anderen. Bespreek de verschillen.

**Huiswerkopdracht §7****OPDRACHT 41:**

Kijk nu nog eens terug naar de hieronder genoemde krantenartikelen en beantwoord de vragen.

- a) In opdracht 32 (blz. 31) staat "mogelijk tientallen doden door herrie". Waarom heeft de journalist het woordje 'mogelijk' gebruikt? Probeer deze bewering te verifiëren.
- b) In het voorbeeld op blz. 11 gaat de redeneerstap van schuldig naar 'veroordeeld tot 3 jaar cel'. Welke verzwegen/verborgen veronderstelling zit hier achter?
- c) Kijk nog eens naar regel 50 t/m 60 van het artikel over Lucia de B. (blz. 8). In regel 53/54 staat: "Voor de rechtbank was **dat** reden haar levenslang op te leggen." Welke verzwegen/verborgen veronderstelling zit hier achter?

## Extra opdracht §7

### OPDRACHT 42:

Lees het volgende bericht:

- |                                          |                                          |
|------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1 Tweehonderd middelbare scholieren      | 6 deze conferentie werd gediscussieerd   |
| 2 met een leeftijd tussen de dertien en  | 7 over middelen om een blijvende         |
| 3 de zestien jaar woonden vrijwillig een | 8 wereldvrede te bereiken. De            |
| 4 scholierenconferentie bij die          | 9 organisatoren wilden op deze manier    |
| 5 recentelijk plaatsvond in Utrecht. Op  | 10 peilen wat er onder scholieren leeft. |

Welke verborgen veronderstelling over deze groep scholieren zit verstopt in dit bericht (ten opzichte van de gehele populatie scholieren)?

## §8: Redeneren in een grote context

De afgelopen lessen hebben we naar allerlei redeneringen gekeken, zowel naar korte redeneringen die al dan niet geschematiseerd waren als naar redeneringen in langere teksten waar soms een bepaalde onzekerheid om de hoek kwam kijken. In deze paragraaf ga je weer met één lange context aan de slag om de redenering van de auteur overzichtelijk weer te geven.

### OPDRACHT 43:

Lees het onderstaande krantenartikel rustig door.

### In het klaslokaal geen mobieltjes a.u.b.

Door: Vincent Fiddelaar – 19 maart 2017  
(*Trouw*)

1 Dagelijks ziet hij leerlingen  
2 geobsedeerd, verknocht, verslaafd  
3 aan hun telefoon. Het leidt tot slechte  
4 cijfers. Daarom pleit docent Vincent  
5 Fiddelaar voor een totaalverbod.

6 De opkomst van de mobiele telefoon  
7 in het klaslokaal lijkt welhaast niet  
8 meer te stuiten. Of toch? De  
9 afgelopen jaren heb ik als docent op  
10 het vavo (voortgezet algemeen  
11 volwassenen onderwijs) het  
12 telefoongebruik in de klas zien  
13 toenemen. En zoals dat gaat,  
14 maatschappelijke ontwikkelingen  
15 komen altijd eerst en worden daarna  
16 gevolgd door regelgeving om die in  
17 goede banen te leiden. Scholen  
18 stellen regels op ten aanzien van het  
19 gebruik van de telefoon op school en  
20 specifiek in de klas.

21 Wat ik dagelijks zie, is dat leerlingen  
22 totaal geobsedeerd, verknocht,  
23 verslaafd zijn aan hun telefoon en  
24 daar voortdurend ook tijdens de  
25 lessen mee bezig zijn.

26 Elke les zie ik hoe het telefoongebruik  
27 leerlingen afleidt en afhoudt van hun  
28 werk. Boeken worden vaak vergeten,  
29 maar de telefoon nooit. Tijdens elke  
30 les is het de bedoeling dat leerlingen  
31 zelfstandig aan de slag gaan na de  
32 klassikale uitleg.

33 Welke werkvorm er ook wordt  
34 ingezet, een deel van de tijd dienen  
35 ze zelfstandig, individueel of samen,  
36 te werken aan sommen, opdrachten  
37 of vraagstukken, al naar gelang het  
38 vak. En elke keer weer zie ik wat er  
39 op dat moment gebeurt, dan pakken  
40 ze hun mobiel, want dat is veel  
41 prettiger en makkelijker dan diep te  
42 moeten nadenken over een  
43 vraagstuk.

#### 44 **Concentratiestoornissen**

45 Er is inmiddels al uitgebreid  
46 onderzoek gedaan naar dit fenomeen  
47 en vastgesteld dat het telkens  
48 schakelen tussen telefoon en lesstof  
49 de concentratie ondermijnt. En er zijn  
50 al zoveel leerlingen met  
51 concentratiestoornissen. Hoe meer

52 een leerling tijdens de lessen met zijn  
53 of haar telefoon bezig is, des te  
54 slechter de cijfers worden.

55 Ja, er zijn regels bij ons op school.  
56 De telefoon moet worden  
57 uitgeschakeld en in de tas. Maar dat  
58 gebeurt niet en als je de regel  
59 consequent wilt handhaven na één  
60 keer waarschuwen, dan kan je meer  
61 dan de helft van de leerlingen wel  
62 wegsturen. Het is gewoon voor velen  
63 te moeilijk de telefoon in de tas te  
64 laten. Mijn inschatting is dat het niet  
65 eens kwade opzet is, maar dat de  
66 telefoon binnen handbereik, of liever  
67 nog in de hand, even  
68 vanzelfsprekend is als ademen, en  
69 het gebeurt gedachteloos.

70 Natuurlijk kun je de mobiele telefoon  
71 integreren in de les. Leerlingen  
72 kunnen er dingen mee opzoeken,  
73 meedoen met een quiz van Kahoot!  
74 (vaak van dubieuze kwaliteit) en ook  
75 bij wiskundesommen schijnt de  
76 telefoon nuttig te kunnen zijn. Maar  
77 de voordelen wegen niet op tegen de  
78 nadelen. Want na kort educatief  
79 gebruik valt de leerling weer terug in  
80 het vermaak van Snapchat en wat al  
81 niet meer.

## 82 **Bildung**

83 Maar omdat het onderwijs meer is  
84 dan kennisoverdracht en het ook

85 moet gaan over zogeheten Bildung,  
86 de vorming van jongeren, pleit ik  
87 ervoor dat de telefoon buiten het  
88 klaslokaal blijft. Als wij als docenten  
89 leerlingen moeten voorbereiden op  
90 hun toekomstige plaats in de  
91 maatschappij dan moeten we hen  
92 misschien soms weleens  
93 beperkingen opleggen.

94 Op de werkplek kan men ook niet  
95 telkens maar op de telefoon kijken. Ik  
96 heb werkgevers gesproken die geen  
97 zin meer hadden om mbo-studenten  
98 als stagiair te begeleiden, mede  
99 vanwege hun telefoongedrag.

100 Als het klaslokaal voortaan  
101 gevrijwaard blijft van mobiele  
102 telefoons zal bovendien de  
103 arbeidsvreugde van docenten  
104 toenemen.

105 Misschien vindt u mij wel reactionair,  
106 ouderwets of denkt u dat ik een  
107 verzuurde docent ben die het gezeik  
108 om die telefoon beu is. Of vindt u mij  
109 een hopeloos geval omdat ik nog  
110 steeds niet doorheb dat die telefoon  
111 gewoon niet meer is weg te denken.  
112 Toch denk ik dat met een  
113 lokaalverbod de onvertraagde  
114 doorstroom en het  
115 slagingspercentage in het voortgezet  
116 onderwijs omhoog zullen gaan.

- a) De docent in dit krantenartikel houdt een betoog voor een totaalverbod op mobiele telefoons in het klaslokaal. Zou je de redenering in beeld kunnen brengen door de uitgangspunten, redeneerstap(pen) en conclusie te benoemen?
- b) In regel 70/71 kun je een tegenargument op een verbod ontdekken. Benoem dit tegenargument en geef redenen dit tegenargument te ontkrachten.
- c) In regel 3 t/m 5 wordt slechte cijfers gelinkt aan totaalverbod. Is dat een logische verbinding? Of zit daar een veronderstelling achter? Zo ja, welke? Wat vind je van die conclusie?

- d) Lees nu onderstaand fragment uit een artikel van de Correspondent. Komen deze argumenten overeen met jouw redenen uit opdracht b? Waarom wel/niet? Vind je de redenering voldoende aannemelijk?

## Ook deze twee argumenten voor smartphones in de klas houden geen stand

Door: Johannes Visser – 14 september 2017  
(De Correspondent)

- 1 Het eerste argument is: in plaats van
- 2 verbieden, kan je de smartphone beter
- 3 zinvol inzetten.
- 4 Zo op het oog een redelijk argument:
- 5 wie kan er nu tegen het zinvol inzetten
- 6 van welk leermiddel dan ook zijn?
- 7 Sterker nog: ik zette die smartphone
- 8 weleens in, bijvoorbeeld voor een
- 9 quizje om te toetsen of de leerlingen
- 10 de lesstof wel geleerd hadden.
- 11 Maar 'de smartphone' is (los van de
- 12 hardware) een verzameling van apps
- 13 die niet los van elkaar te zien zijn. Een
- 14 leerling die z'n telefoon pakt om een
- 15 quizje te maken, ziet ook gelijk dat hij
- 16 58 nieuws appjes, veertien updates op
- 17 Instagram en zes grappige snapchats
- 18 heeft - van vrienden die op dat
- 19 moment in een ander lokaal les
- 20 hebben. Kan dat quizje opwegen
- 21 tegen de afleiding die een kind op dat
- 22 moment ervaart?
- 23 Een tweede probleem dat ik heb met
- 24 dit argument, is dat het zich niet
- 25 uitsprekt over welke regels er zouden
- 26 moeten zijn wat betreft smartphones.
- 27 Betekent 'zinvol inzetten' dat je je
- 28 mobieltje tijdens de les op tafel mag
- 29 leggen, dat-ie in je broekzak moet
- 30 zitten of dat-ie je tas in moet? Moet je
- 31 mobieltje uit staan of mag-ie ook aan
- 32 staan? Mag een leerling zelf bepalen
- 33 dat het 'zinvol' is om z'n smartphone
- 34 erbij te pakken, of gaat de docent
- 35 daarover?
- 36 Als 'zinvol inzetten' betekent dat een
- 37 leerling z'n mobieltje bij zich mag
- 38 dragen tijdens de les, dan staan
- 39 tegenover die paar keer in de week
- 40 dat hij z'n mobieltje zinvol in moet
- 41 zetten, tientallen lesuren die hij
- 42 append, netflixend, snapchattend en
- 43 instagrammend door kan brengen.
- 44 Daar biedt dit argument geen
- 45 oplossing voor.
- 46 Het tweede argument is: je zou
- 47 kinderen juist om moeten leren gaan
- 48 met hun smartphone.
- 49 Weer geldt: dat biedt leraren geen
- 50 houvast. Mag je je mobieltje dan wel
- 51 of niet in je zak hebben? Én:
- 52 smartphones verbieden is óók een
- 53 manier om kinderen daarmee om te
- 54 leren gaan. De boodschap is dan: je
- 55 bent hier om iets te leren van iemand
- 56 die deze les heeft voorbereid, daar ga
- 57 je niet doorheen zitten appen want
- 58 daardoor leer je minder én het is
- 59 asociaal.
- 60 Lijkt mij een prima boodschap.

**OPDRACHT 44:**

Een student economie deed de volgende uitspraak:

*"Als mensen al hun spaargeld spenderen, dan is het niet zo dat ze in staat zijn om een huis te kopen. Maar als de banken de rente niet verlagen, dan zijn mensen wel in staat om een huis te kopen."*

**Dus**, als de banken de rente niet verlagen, dan is het zeker niet zo dat mensen al hun spaargeld spenderen."

Aan jou de vraag te onderzoeken of de conclusie (na het woord **dus**) inderdaad correct is gegeven de andere uitspraken.

*HINT: Voer letters en eventueel symbolen in om de redenering overzichtelijk weer te geven met twee aannames en een conclusie. Gebruik daarna je kennis over als-dan-beweringen.*



## Extra opdrachten en huiswerkopdracht §8

### OPDRACHT 45:

Gegeven is de bewering:

"Sommige vakanties zijn regenachtig. Alle regenachtige dagen zijn saai."

Geef aan of de volgende conclusies logisch volgen uit bovenstaande bewering. Laat duidelijk zien hoe je aan je antwoord komt.

- a) Sommige vakanties zijn saai.
- b) Zonnige dagen zijn niet saai.
- c) Als een dag saai is, regent het.
- d) Sommige vakanties zijn niet saai.

### OPDRACHT 46: Daling nieuwe eerstejaars pabo's

(CE 2018-II vwo wiskunde C)

De onderstaande tekst is gebaseerd op een artikel van februari 2016 uit het Onderwijsblad van de Algemene Onderwijsbond.

De pabo's krijgen gemiddeld een derde minder nieuwe eerstejaars binnen. Schrijnend is de situatie bij de Haagse Hogeschool waar, volgens de cijfers van Vereniging Hogescholen, de instroom keldert met 58%. Het Onderwijsblad voorspelde al een flinke duikeling bij de pabo's door de vele toelatingstoetsen. Uiteindelijk noteren de pabo's 1820 nieuwe eerstejaars minder, een daling van 32 procent. Minister Jet Bussemaker is niet verrast. Zij wijt de daling aan de afschaffing van de studiebeurs en de strengere eisen op de pabo's.

Het artikel spreekt van een daling van 32% nieuwe eerstejaars in 2015 ten opzichte van het jaar ervoor.

- a) Bereken het aantal nieuwe eerstejaars in 2014. Rond je antwoord af op tientallen.

→→→

We kijken nu naar de laatste zin van het artikel.

Hiervoor introduceren we de volgende afkortingen:

$D$ : daling van het aantal nieuwe eerstejaars

$A$ : afschaffing van de studiebeurs

$S$ : strengere eisen op de pabo's

Stel nu dat minister Bussemaker met het woordje 'en' bedoelt dat de afschaffing van de studiebeurs **in combinatie** met de strengere eisen op de pabo's zorgt voor een daling van het aantal nieuwe eerstejaars.

- b) Schrijf dan de uitspraak van minister Bussemaker met behulp van logische symbolen en bovenstaande afkortingen.

Naar aanleiding van de uitspraak van minister Bussemaker vermoedde men op sommige pabo's dat het volgende zou gaan gelden:  $(A \Rightarrow D) \Rightarrow V$   
Hierin betekent de afkorting  $V$ : het collegegeld wordt verlaagd.

- c) Vertaal de bewering  $(A \Rightarrow D) \Rightarrow V$  in een gewone zin.

Bij sommige pabo's krijgen studenten aan het begin van hun eerste jaar een rekentoets. Bij een onvoldoende worden ze in de loop van het eerste jaar bijgespijkerd en krijgen ze voor de zomer een nieuwe rekentoets. Als ze hier niet voor slagen, mogen ze niet door naar het tweede jaar.

We introduceren weer afkortingen:

$R$ : slagen voor rekentoets

$O$ : overgaan naar tweede jaar

- d) Onderzoek of  $R \Rightarrow O$  volgt uit de tekst hierboven.

## §9: Tot slot

We hebben nu kennis gemaakt met allerlei gebieden van logisch redeneren. Het is tijd om tot een afronding te komen en je kennis te testen.

### OPDRACHT 47:

Tijd voor een korte quiz!

Los de vraagstukken die op het scherm verschijnen op.

Je geeft je antwoorden met je mobiel.





## Samenvatting

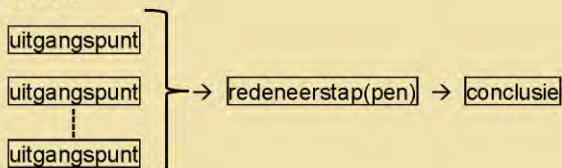
In deze module heb je allerlei redeneringen ontrafeld: van korte logische redeneervormen die wel of niet geldig zijn tot het analyseren van redeneringen uit grote teksten al dan niet met verborgen veronderstellingen.

In grote teksten kan het handig zijn redeneringen te schematiseren en/of te formaliseren. Een voorbeeld van een uitgewerkte tekst vind je op bladzijde 11. Hieronder worden de technieken die voorbij zijn gekomen in deze module nog eens uitgelegd en voorzien van voorbeelden.

### Opbouw redenering

Een redenering bestaat vaak uit één of meer **uitgangspunten** die via **redeneerstappen** toewerken naar een **conclusie**. Een uitgangspunt kan een definitie zijn, een feit of een losse **bewering (propositie/premissie)** waarvan je kunt zeggen of deze waar of onwaar is. De redeneerstappen kunnen weer nieuwe uitgangspunten vormen om verder mee te redeneren.

In schema:



### Verschil waarheid en geldigheid

Als een conclusie noodzakelijk volgt uit je aannames (de uitgangspunten), dan noemen we de redenering **geldig** en **volledig**. Als de redenering niet compleet is, noemen we dat **onvolledig**. De conclusie hoeft echter niet feitelijk waar te zijn doordat bijvoorbeeld één van je aannames niet waar is. Door een **tegenvoorbeeld** te geven kun je aantonen dat een bewering onwaar is. Als nog niet gezegd kan worden of een bewering waar of onwaar is, noemen we dat een **vermoeden** of **hypothese**.

### Voorbeeld 1:

Aanname 1: Alle mensen zijn vleeseters  
Aanname 2: Vleeseters zijn carnivoren

Conclusie: Alle mensen zijn carnivoren

Als je aanneemt dat beide aannames waar zijn, dan is deze redeneervorm volledig en geldig, want de conclusie volgt uit de aannames. Echter, de conclusie is in dit geval feitelijk niet correct, want sommige mensen zijn vegetariër.

### Formalisaties

Soms kan het handig zijn om losse bewering **letters** te geven en verbindingswoorden **symbolen**. Je hoeft dan alleen te redeneren over de vorm en wordt niet afgeleid door de betekenis van de beweringen.

#### Voorbeeld 2:

We kijken naar dezelfde situatie als in voorbeeld 1. Neem nu:

$P$ : mensen

$Q$ : vleeseter

$R$ : carnivoren

Aanname 1: Alle mensen zijn vleeseters

Aanname 2: Vleeseters zijn carnivoren

Conclusie: Alle mensen zijn carnivoren

Aanname 1: Alle  $P$  zijn  $Q$

Aanname 2: Alle  $Q$  zijn  $R$

Conclusie: Alle  $P$  zijn  $R$

Aan de rechthoek is nu snel te zien dat de conclusie geldig moet zijn. Als namelijk alle  $P$ 's ook  $Q$  zijn en een  $Q$  is weer een  $R$ , dan moet een  $P$  dus ook een  $R$  zijn. Op de volgende bladzijde zullen we zien dat dat met een Venn-diagram nog beter aan te tonen is.

We kennen de volgende symbolen:

| Woord                      | Symbool       |
|----------------------------|---------------|
| niet                       | $\neg$        |
| en                         | $\wedge$      |
| of (inclusieve of)         | $\vee$        |
| als... dan... (implicatie) | $\Rightarrow$ |

Het inclusieve of betekent **en/of**, zoals bijvoorbeeld in de zin:

"Wil je melk of suiker in je koffie?"

Dit 'of' betekent dus dat je alleen melk, alleen suiker of beide in je koffie mag doen.

#### Voorbeeld 3:

Kijk naar de bewering: "Het is niet zo dat Peter melk of suiker in zijn koffie wil".

Neem nu voor de beweringen:  $P$ : Peter wil suiker in zijn koffie.

$Q$ : Peter wil melk in zijn koffie.

En als symbolen: het is niet zo:  $\neg$

of:  $\vee$

De zin is te herschrijven tot:  $\neg (P \vee Q)$

## Diagrammen

Een ander hulpmiddel om redeneringen inzichtelijk te maken, is het gebruik van diagrammen. Dat kan een redeneerschema zijn, een tabel, een Venn-diagram, et cetera. In een **Venn-diagram** kun je overzichtelijk aangeven wat de stukken met elkaar te maken hebben.

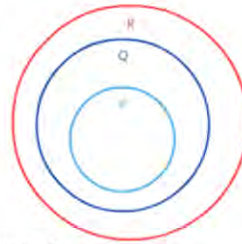
### Voorbeeld 4:

Kijk nog eens naar de redenering uit voorbeeld 2:

Aanname 1: Alle  $P$  zijn  $Q$

Aanname 2: Alle  $Q$  zijn  $R$

Conclusie: Alle  $P$  zijn  $R$



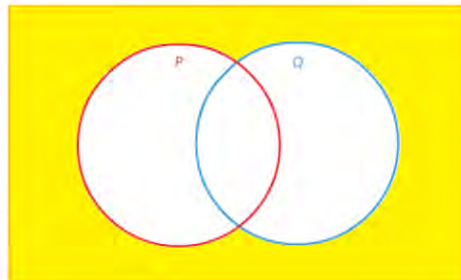
In het diagram zie je nu snel dat  $P$  in  $Q$  ligt en dus ook in  $R$ .

Ook is te zien dat  $P$  en  $Q$  niet per se hetzelfde zijn. We weten alleen dat iedere  $P$  een  $Q$  is, maar een willekeurige  $Q$  hoeft dus geen  $P$  te zijn. Voor  $R$  kun je eenzelfde soort redenering houden.

Ook de bewering uit voorbeeld 3 is weer te geven in een Venn-diagram:

$\neg (P \vee Q)$

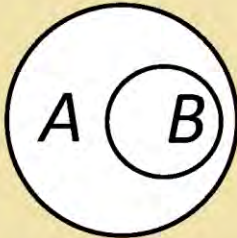
$P$  is hier suiker in de koffie en  
 $Q$  is melk in de koffie  
 Je ziet aan de overlap dat  
 het ook beide mag zijn.  
 Buiten de cirkels ligt nu het  
 gebied **niet**. Dat is geel gekleurd.



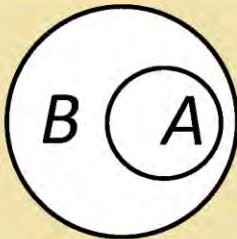
Soms kan een gebied in een Venn-diagram leeg zijn, zie bijvoorbeeld het voorbeeld op bladzijde 20. Ook het woord "sommige" kan afhankelijk van de context op meerdere manieren weergegeven worden. Laten we daarvoor eens kijken naar "Sommige  $A$  zijn  $B$ ". We hebben dan vier mogelijkheden:

**Sommige A zijn B**

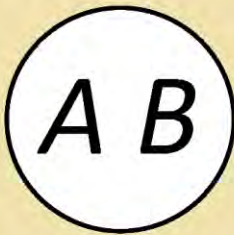
1. Alle B zijn A, maar sommige A zijn niet-B.



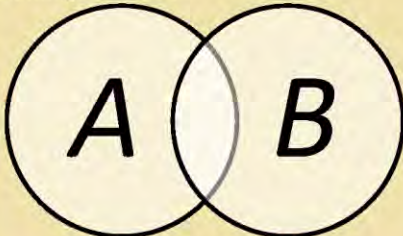
2. Alle A zijn B, maar sommige B zijn niet-A.



3. Alle A zijn B en alle B zijn A.



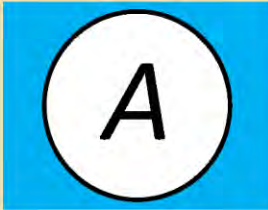
4. Sommige A zijn B en sommige B zijn A, maar ook zijn sommige A niet-B en sommige B niet-A.



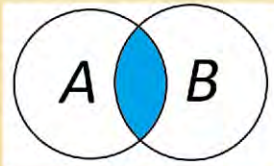
**Weergave symbolen in Venn-diagram**

Laten we ook eens de symbolen weergeven in een Venn-diagram:

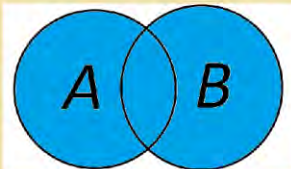
$\neg A$ ; Het gekleurde gebied voldoet aan niet- $A$ .



$A \wedge B$ ; Het gekleurde gebied voldoet zowel aan  $A$  als aan  $B$ .

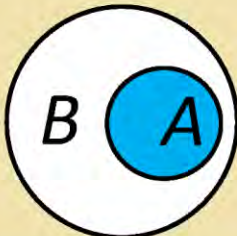


$A \vee B$ ; Het gekleurde gebied voldoet aan of  $A$ , of  $B$ , of beide.

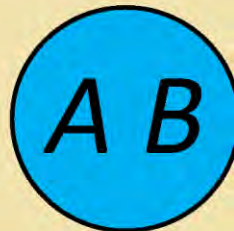


$A \Rightarrow B$ ; Als  $A$  dan  $B$ .

$A$  kan dus in  $B$  liggen, maar soms kunnen ze ook geheel overlappen.



of

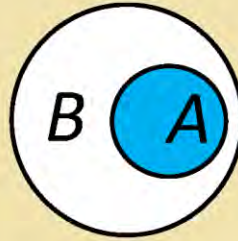


**Als-dan (implicatie) en hier-uit-volgt**

We hebben gezien dat we moeten oppassen met als-dan-beweringen. Intuïtief kunnen we daar snel de mist in gaan. In gewone taal zijn de woorden 'als' en 'dan' niet altijd zichtbaar. Het is dan verstandig de zin te vertalen naar de vorm: als  $A$ , dan  $B$ , oftewel:  $A \Rightarrow B$ .

Er zijn vier mogelijkheden:

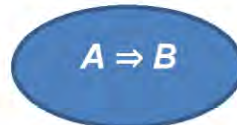
- 1) **Modus ponens** (bevestigende modus, geldig)  
 $A$  is gegeven als waar,  
 dus hier-uit-volgt dat  $B$  ook waar moet zijn.
- 2) **Modus tollens** (ontkennende modus, geldig)  
 $\neg B$  (niet- $B$ ) is gegeven (het gebied buiten cirkel  $B$ ),  
 dus hier-uit-volgt dat  $A$  ook niet kan gelden,  
 want als  $A$  waar zou zijn zit je weer in situatie 1.
- 3) **Omkering** (ongeldig)  
 $B$  is gegeven als waar, dan kunnen we geen uitspraak doen (geen conclusie mogelijk), de hier-uit-volgt conclusie  $A$  zou waar kunnen zijn (gekleurde gebied), maar is dat niet noodzakelijk (witte gebied cirkel  $B$ ).
- 4) **Ontkenning van het als-stuk** (ongeldig)  
 $\neg A$  (niet- $A$ ) is gegeven (het gebied buiten de gekleurde cirkel  $A$ ), dan kunnen we geen uitspraak doen (geen conclusie mogelijk), de hier-uit-volgt conclusie kan zowel  $B$  (witte gebied cirkel  $B$ ) als niet- $B$  zijn (het gebied buiten cirkel  $B$ ).

**Voorbeeld 5:**

"Als het regent, dan neem ik een paraplu mee".

We nemen dan  $A$ : Het regent

en  $B$ : Ik neem een paraplu mee



- 1) **Modus ponens** (geldig)  
 Het regent ( $A$ ), dus (hier-uit-volgt) ik neem een paraplu mee ( $B$ ).
- 2) **Modus tollens** (geldig)  
 Ik neem geen paraplu mee ( $\neg B$ ), dus (hier-uit-volgt) het regent niet ( $\neg A$ ).
- 3) **Omkering** (ongeldig)  
 Ik neem een paraplu mee ( $B$ ), dus (hier-uit-volgt) kun je geen uitspraak doen (geen conclusie mogelijk). Het zou wel of niet kunnen regenen.
- 4) **Ontkenning van het als-stuk** (ongeldig)  
 Het regent niet ( $\neg A$ ), dus (hier-uit-volgt) kun je geen uitspraak doen (geen conclusie mogelijk). Er zijn allerlei mogelijkheden: je neemt geen paraplu mee, je neemt een paraplu mee voor Piet, et cetera.

**Voldoende en noodzakelijk**

Bij de meeste implicaties is  $A$  een **voldoende voorwaarde** om  $B$  te laten gelden (letterlijke betekenis van het woord voldoende), maar niet een **noodzakelijke voorwaarde** (ook wel **nodige** voorwaarde genoemd). Er kunnen ook andere situaties zijn die ervoor zorgen dat  $B$  geldt. In voorbeeld 5 zou bijvoorbeeld sneeuw of hagel er ook voor kunnen zorgen dat je een paraplu meeneemt.

**Voorbeeld 6:**

"Als het vloed wordt, dan stijgt het water."

Hier is vloed worden een voldoende voorwaarde om het water te laten stijgen, maar er zijn ook andere mogelijkheden, bijvoorbeeld een flinke storm.

**Voorbeeld 7:**

"Als ik een vierhoek heb met vier rechte hoeken, dan heb ik een rechthoek."

Hier vormen de rechte hoeken een noodzakelijke voorwaarde om een rechthoek te kunnen zijn, er zijn geen andere mogelijkheden om een rechthoek te vormen. Het kan ook een vierkant zijn, dat is een voldoende voorwaarde, want een vierkant is tenslotte ook een rechthoek.

## §10: Examenopdrachten

### OPDRACHT 48: Het Cyrillische alfabet

(CE 2018-I vwo wiskunde C)

Het Cyrillische alfabet is het alfabet van diverse Oost-Europese landen. Het wordt onder andere gebruikt in Servië, Bulgarije en Rusland.

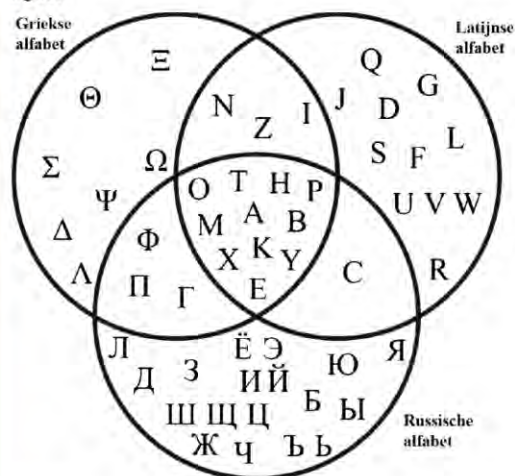
Hoewel er officieel maar één Cyrillisch alfabet is, hebben deze drie landen elk hun eigen variant. Er geldt:

- In deze drie landen samen worden 39 verschillende letters gebruikt.
- Van deze 39 letters komen er 24 voor in alle drie de landen.
- Er zijn 3 letters die alleen in Rusland voorkomen.
- Het Bulgaarse alfabet heeft 30 letters.
- Alle letters in het Bulgaarse alfabet komen ook voor in het Russische alfabet.
- Het Servische alfabet heeft 6 unieke letters, die dus niet in het Russische of Bulgaarse alfabet voorkomen.

a) Onderzoek hoeveel letters het Servische alfabet heeft.

Net als ons eigen alfabet (het Latijnse alfabet) is ook het Russische alfabet afgeleid van het Griekse alfabet. Het is dan ook niet verwonderlijk dat er veel letters zijn die in meerdere alfabetten voorkomen. In onderstaande figuur zijn alle letters uit het Latijnse, Griekse en Russische alfabet weergegeven in een Venn-diagram.

figuur



→→→

Met behulp van logische symbolen kunnen we beschrijven in welke alfabetten de letters voorkomen. We gebruiken daarvoor de volgende afkortingen:

- $G$ : de letter komt voor in het Griekse alfabet.
- $R$ : de letter komt voor in het Russische alfabet.
- $L$ : de letter komt voor in het Latijnse alfabet.
- $A$ : de letter komt voor in alle drie de alfabetten.

De letter  $\pi$  behoort tot de letters waarvoor geldt:  $R \wedge G$

Voor een aantal letters geldt:  $G \wedge L \wedge \neg A$

**b)** Geef aan voor welke letters dit geldt. Licht je antwoord toe.

Iemand schrijft de volgende bewering op:  $(R \wedge G \wedge \neg A) \Rightarrow L$

**c)** Vertaal deze logische symbolen naar een Nederlandse zin en onderzoek of de bewering waar.



**OPDRACHT 49: Weekendje Winterberg***(CE 2016-I vwo wiskunde C (pilot))*

Op een toeristische website van de Duitse regio Sauerland staat de volgende tekst:

We hebben een huisje in Winterberg in het Sauerland.  
Als we geen verplichtingen hebben, gaan we daar - als er sneeuw ligt  
of als er mooi weer wordt voorspeld - in het weekend naar toe.

De tekst bestaat, afgezien van de eerste zin, uit vier uitspraken die samen een logische redenering vormen.

De uitspraken zijn:

- A We hebben verplichtingen;
- B Er ligt sneeuw in Winterberg;
- C Er wordt voor Winterberg mooi weer voorspeld;
- D We gaan in het weekend naar ons huisje in Winterberg.

- a) Schrijf de logische redenering uit de tekst met behulp van de letters A, B, C en D en de logische symbolen.

Bekijk de volgende zin:

Als we in het weekend niet naar Winterberg gaan, dan hebben we verplichtingen of er ligt geen sneeuw en er wordt geen mooi weer voorspeld.

Deze zin is op verschillende manieren te schrijven:

$$\neg D \Rightarrow (A \vee \neg B) \wedge \neg C$$

of

$$\neg D \Rightarrow A \vee (\neg B \wedge \neg C)$$

- b) Onderzoek welke van beide manieren in overeenstemming is met de tekst op de website. Licht je antwoord toe.

**OPDRACHT 50: IQ-test**

(CE 2016-II vwo wiskunde C (pilot))

Bij onderzoeken naar het vermogen tot logisch redeneren, zoals bijvoorbeeld in een IQ-test, worden vaak onzinnige uitspraken gebruikt die de kandidaat als waar aan moet nemen. Dit wordt gedaan, opdat de antwoorden op de vragen niet op basis van de werkelijkheid, maar op basis van logica gegeven worden. De volgende vraag komt uit zo'n test.

Ga ervan uit dat de volgende drie uitspraken waar zijn.

- 1 Alle vrouwen<sup>1</sup> worden op den duur kaal.
- 2 Alle vrouwen houden van alle mannen.
- 3 Alle mannen houden van winkelen.

- a) Geef van elk van de vier onderstaande beweringen aan of deze wel of niet uit de bovenstaande uitspraken volgt. Licht elk van je antwoorden toe.

Bewering a: Iemand die kaal is, is geen man.

Bewering b: Als iemand niet kaal wordt, dan is het geen vrouw.

Bewering c: Kale vrouwen houden van winkelen.

Bewering d: Vrouwen houden van mannen die van winkelen houden.

We voeren de volgende afkortingen in:

**M:** De persoon is een man.

**W:** De persoon houdt van winkelen.

**K:** De persoon is kaal.

- b) Schrijf de bewering "als een vrouw kaal is, dan houdt ze van winkelen" op in logische symbolen. Gebruik daarbij alleen de bovenstaande afkortingen.

We bekijken de volgende logische bewering:  $\neg K \Rightarrow W$

Deze bewering volgt niet uit de drie uitspraken aan het begin van de opgave.

Hieronder staan twee extra uitspraken:

- 4 Alle mannen hebben haar.
- 5 Vrouwen die van mannen houden, houden van winkelen.

Als één van deze twee extra uitspraken toegevoegd wordt aan het lijstje uitspraken 1, 2 en 3 dan volgt de bewering  $\neg K \Rightarrow W$  wel uit dat lijstje uitspraken.

- c) Beredeneer welke van deze twee uitspraken moet worden toegevoegd aan het lijstje uitspraken.

noot 1 We gaan er in de gehele opgave van uit dat elke persoon óf een man óf een vrouw is.

### OPDRACHT 51: Hoogopgeleid

(CE 2014-I vwo wiskunde C (pilot))

In de figuur hieronder zie je de eerste twee plaatjes van een cartoon uit de Volkskrant.

#### Sigmund



Om de discussie in deze twee plaatjes te modelleren gebruiken we de volgende afkortingen:

- $H$ : iemand is hoogopgeleid;
- $O$ : iemand 'wordt oud en blijft lang gezond'.

Verder gaan we ervan uit dat er in beide gevallen maar twee mogelijkheden zijn:

- iemand is hoogopgeleid of niet;
- iemand 'wordt oud en blijft lang gezond' of dat gebeurt niet.

We modelleren nu de beweringen in de twee plaatjes als volgt:

De oude man zegt in het eerste plaatje: "Als iemand hoogopgeleid is, dan wordt hij oud en blijft hij lang gezond." Met behulp van bovenstaande afkortingen en met logische symbolen kunnen we dat vertalen als:  $H \Rightarrow O$ .

In het tweede plaatje zegt de oude man: "Ik ben niet hoogopgeleid en toch oud geworden en lang gezond gebleven."

- a) Onderzoek of de uitspraak van de oude man in het tweede plaatje in tegenspraak is met de bewering  $H \Rightarrow O$ . Licht je antwoord toe.

In het tweede plaatje gebruikt de oude man het woordje 'toch'. Daaruit blijkt dat hij vindt dat er een tegenspraak is. De oude man onderscheidt kennelijk twee soorten mensen: hoogopgeleiden, die worden oud en blijven lang gezond en niet-hoogopgeleiden, waarvoor niet geldt dat ze 'oud worden en lang gezond blijven'. Dit laatste kun je vertalen in:  $\neg H \Rightarrow \neg O$ .

- b) Leg uit dat deze laatste bewering in tegenspraak is met de uitspraak van de oude man in het tweede plaatje.

→→→

In de figuur hieronder zie je de complete cartoon.

### Sigmund



Sigmund trekt in het derde plaatje de volgende conclusie: De man is oud geworden en lang gezond gebleven, dus hij moet wel hoogopgeleid zijn, oftewel:  $O \Rightarrow H$ .

- c) Onderzoek of de bewering  $O \Rightarrow H$  in overstemming is met  $H \Rightarrow O$  of met  $\neg H \Rightarrow \neg O$ . Geef een toelichting bij je antwoord.

De werkelijkheid is ingewikkelder dan bovenstaande logische beweringen. Er is onderzoek gedaan naar het verband tussen opleiding, levensduur en gezondheid. Uit een dergelijk onderzoek blijkt bijvoorbeeld het volgende:

- van alle hoogopgeleiden wordt 70% oud en blijft lang gezond;
- van alle niet-hoogopgeleiden wordt 50% oud en blijft lang gezond.

In deze vereenvoudigde situatie gaan we er weer vanuit dat er steeds maar twee mogelijkheden zijn: iemand is hoogopgeleid of niet en iemand 'wordt oud en blijft lang gezond' of dat gebeurt niet.

Hieronder staan vier mogelijke conclusies:

- A Als iemand hoogopgeleid is, wordt hij oud en blijft hij lang gezond.
  - B Voor niet-hoogopgeleiden geldt dat ze minder vaak oud worden en lang gezond blijven dan hoogopgeleiden.
  - C De meeste mensen die oud worden en lang gezond blijven, zijn hoogopgeleid.
  - D Een deel van de niet-hoogopgeleiden wordt oud en blijft lang gezond.
- d) Geef van elk van de vier bovenstaande conclusies aan of deze uit het genoemde onderzoek volgen. Licht je antwoord toe.

bron figuren: Peter de Wit, Sigmund, [www.sigmund.nl](http://www.sigmund.nl)

### OPDRACHT 52: Tweelingbroers

(CE 2015-II vwo wiskunde C (pilot))

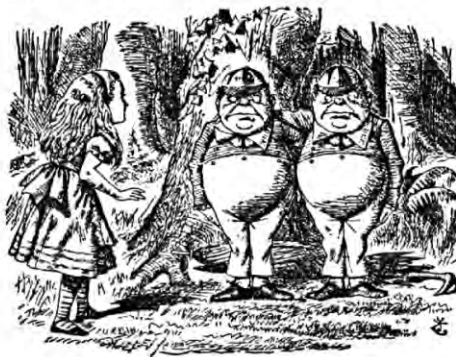
De tweelingbroers Tweedledee en Tweedledum zijn uiterlijk niet van elkaar te onderscheiden. Om de verwarring te vergroten, hebben ze de volgende afspraken met elkaar gemaakt:

- 1 Op maandag, dinsdag en woensdag liegt Tweedledee bij elke vraag die hem gesteld wordt en op alle andere dagen spreekt hij de waarheid.
- 2 Op donderdag, vrijdag en zaterdag liegt Tweedledum bij elke vraag die hem gesteld wordt en op alle andere dagen spreekt hij de waarheid.

We gaan ervan uit dat deze afspraken in deze gehele opgave gelden.

Op zekere dag ontmoet Alice de tweeling en vraagt elk van hen: "Hoe heet jij?"  
De ene tweelingbroer heeft een groene jas aan en zegt: "Tweedledee".  
De andere tweelingbroer heeft een rode jas aan en zegt: "Tweedledum".

- a) Onderzoek hoe de broer met de groene jas heet.



Elke tweelingbroer heeft altijd een zakdoek in zijn broekzak: als de ene tweelingbroer een rode zakdoek heeft, heeft de ander een zwarte en omgekeerd.

Op zekere dag komt Alice de tweelingbroers tegen. Ze vraagt aan een van beiden: "Welke kleur zakdoek heb je?"

Het antwoord van deze tweelingbroer luidt: "Zwart".

Op verzoek van Alice laat hij de zakdoek zien. Deze blijkt rood te zijn. Daarop vraagt Alice aan de andere tweelingbroer: "Welke kleur zakdoek heb jij?"

- b) Welke kleur zal hij noemen? Leg duidelijk uit hoe je tot die conclusie komt.



## Referentielijst:

| Verwijzing lesmateriaal    | Bron                                                                                                                          |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Figuur voorkant            | Glasbergen, 2009                                                                                                              |
| Figuur blz. 4              | Smeets, 2016                                                                                                                  |
| Figuur blz. 5              | Van de Haterd, 2012                                                                                                           |
| Opdracht 2                 | Bewerking van opdracht 7 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 8                                                                  |
| Opdracht 3                 | NOS, 2018                                                                                                                     |
| Opdracht 4                 | Bewerking van Hoyles & Küchemann, 2002<br>en van opdracht 2 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 5                               |
| Opdracht 5                 | Bewerking van opdracht V-6 uit Bakker et al., 2017, p. 35                                                                     |
| Opdracht 6                 | Bewerking van opdracht 3 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 5                                                                  |
| Opdracht 7                 | “Levenslang voor moorden in ziekenhuis”, NRC, 2003<br>en “Verpleegster Lucy de B. krijgt levenslang”, Trouw, 2003             |
| Voorbeeld blz. 11          | “Drie jaar cel voor oplichters kankerfonds”, Volkskrant + ANP, 2007                                                           |
| Opdracht 9                 | Bewerking van opdracht 5 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 6                                                                  |
| Afbeelding bij opdracht 9  | Lanser, 2016                                                                                                                  |
| Opdracht 11, 13, 15, 16    | Bewerking van Berkelmans, 2009, pp. 8-10<br>en Swaen & Vos, Its Academy 2015, H9                                              |
| Afbeelding bij opdracht 12 | “Socrates (filosoof)”, Wikipedia, 2017                                                                                        |
| Opdracht 17 + afbeelding   | Bewerking van Swaen & Vos, Its Academy 2015, H9                                                                               |
| Afbeelding bij opdracht 18 | “Comment comprendre ce qu’est le syllogisme”, Wikipedia                                                                       |
| Opdracht 21                | Bewerking van Swaen & Vos, Its Academy 2015, par. 3.3                                                                         |
| Opdracht 22                | College voor Toetsen en Examens, 2016a, p. 29                                                                                 |
| Afbeelding bij opdracht 22 | “Gratis afbeelding op Pixabay - Dranken, Ijs, Koele Drankjes”, 2017                                                           |
| Opdracht 23                | Bewerking van opdracht 97 uit Bakker et al., 2017, p. 165                                                                     |
| Opdracht 24                | Bewerking van opdracht 36, uit Dijkhuis et al., 2017, p. 28                                                                   |
| Opdracht 25                | Gijswijt, Pythagoras, 1998, p. 28                                                                                             |
| Afbeelding bij opdracht 25 | Moesti                                                                                                                        |
| Opdracht 29                | Bewerking van opdracht 38 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 30                                                                |
| Opdracht 31                | College voor Toetsen en Examens, 2017, 2e tijdvak vraag 10-11                                                                 |
| Opdracht 32                | “Mogelijk tientallen doden door herrie”, NRC + ANP, 2008<br>en bewerking van opdracht 42 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 33 |
| Afbeelding bij opdracht 34 | Luttenberg, 2006                                                                                                              |
| Opdracht 35                | Bewerking van opdracht 28 uit Roodhardt & Doorman, 2015, p. 21                                                                |

|                            |                                                                        |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Opdracht 36                | Bewerking opdracht 1.21 uit Geerlings, 2007, pp. 37-38                 |
| Opdracht 37                | Swaen & Vos, <i>Its Academy</i> 2015, par. 7.1                         |
| Opdracht 38                | College voor Toetsen en Examens, 2017, 1e tijdvak vraag 12-14          |
| Opdracht 39                | Bewerking van sample item 9, Halpern, 2016                             |
| Afbeelding bij opdracht 39 | Altmann, Pixabay, 2014                                                 |
| Opdracht 40                | Delen uit Koelewijn, 2016                                              |
| Afbeelding hockey bij 40   | "Gratis afbeelding op Pixabay - Hockeystick, Hockey, Ijs, Sport", 2013 |
| Afbeelding wijn bij 40     | Gadini, Pixabay, 2015                                                  |
| Opdracht 42                | Bewerking van voorbeeld 5, Pearson Education, 2006                     |
| Opdracht 43                | Fiddelaar, Trouw, 2017                                                 |
| Opdracht 43d               | Visser, <i>De Correspondent</i> , 2017                                 |
| Opdracht 44                | Bewerking van Van Bendegem, 2011, p. 26                                |
| Afbeelding bij opdracht 44 | "Free Image on Pixabay - Money, House, Loan, Construction", 2017       |
| Opdracht 45                | Bewerking van voorbeeld 2, Pearson Education, 2006                     |
| Opdracht 46                | College voor Toetsen en Examens, 2018, 2e tijdvak vraag 10-13          |
| Afbeelding bij opdracht 47 | Pahlke, Pixabay, 2017                                                  |
| Opdracht 48                | College voor Toetsen en Examens, 2018, 1e tijdvak vraag 16-18          |
| Afbeelding bij opdracht 48 | Customs Support, <i>rechtenvrije afbeelding</i> , 2017                 |
| Opdracht 49                | College voor Toetsen en Examens, 2016b, 1e tijdvak vraag 13-14         |
| Opdracht 50                | College voor Toetsen en Examens, 2016b, 2e tijdvak vraag 13-15         |
| Opdracht 51                | College voor Toetsen en Examens, 2014, 1e tijdvak vraag 19-22          |
| Opdracht 52                | College voor Toetsen en Examens, 2015, 2e tijdvak vraag 16-17          |

## Volledige bron:

- Altmann, G. (2014). *Free Image on Pixabay - Growth, Suit, Work, Bank, Economy*. <https://pixabay.com/en/growth-suit-work-bank-economy-453485/>
- Bakker, H., Boon, B., Bos, D., Doekes, W., Peereboom, H., Van den Reek, K., Reijenga, R., Schaberg, G., Schinkelman, R., & Wallien, C. (2017). *Moderne Wiskunde 11e editie 6 vwo C*. Noordhoff Uitgevers.
- Berkelmans, W. (2009). *Logica. Waar of onwaar. W=kunde+*. (2de dr.). Vrije Universiteit.
- College voor Toetsen en Examens. (2014, juni 25). wiskunde C, vwo in 2014 (pilot) - Examenblad. <https://www.examenblad.nl/examen/wiskunde-c-vwo-2/2014>
- College voor Toetsen en Examens. (2015, juni 26). wiskunde C, vwo in 2015 (pilot) - Examenblad. <https://www.examenblad.nl/examen/wiskunde-c-vwo-2/2015>

- College voor Toetsen en Examens. (2016a). *WISKUNDE C VWO | syllabus centraal examen 2018 (Bij het nieuwe examenprogramma) nader vastgesteld 2*. [https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2018-wiskunde-c-vwo/2018/vwo/f=/syllabus\\_wiskunde\\_C\\_2\\_versie\\_vwo\\_2018\\_nader\\_vastgesteld2\\_def.pdf](https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2018-wiskunde-c-vwo/2018/vwo/f=/syllabus_wiskunde_C_2_versie_vwo_2018_nader_vastgesteld2_def.pdf)
- College voor Toetsen en Examens. (2016b, mei 25). *wiskunde C, vwo in 2016 (pilot) - Examenblad*. <https://www.examenblad.nl/examen/wiskunde-c-vwo-2/2016>
- College voor Toetsen en Examens. (2017). *wiskunde C, vwo in 2017 - Examenblad*. <https://www.examenblad.nl/examen/wiskunde-c-vwo-2/2017>
- College voor Toetsen en Examens. (2018). *wiskunde C, vwo in 2018 - Examenblad*. <https://www.examenblad.nl/examen/wiskunde-c-vwo-2/2018>
- Comment comprendre ce qu'est le syllogisme. (z.d.). <https://fr.wikihow.com/comprendre-ce-qu%27est-le-syllogisme>
- Customs Support. (2017). *Euorpe-map.png (PNG Image, 2602 × 1952 pixels) - Scaled (48%)*. <https://www.customssupport.nl/wp-content/uploads/2017/05/euorpe-map.png>
- Dijkhuis, J., Admiraal, C. J., Verbeek, J. A., De Jong, G., Houwing, H., Kuis, J. D., Ten Klooster, F., De Waal, S., Van Braak, J., Liesting-Maas, J. H. M., Wieringa, M., Van Maarseveen, M., Hiele, R. D., Romkes, R. D., Haneveld, M., Voets, S., & Cornelisse, I. (2017). *Getal & Ruimte 11e editie vwo C deel 4*. Noordhoff Uitgevers.
- Drie jaar cel voor oplichtster kankerfonds. (2007, oktober 9). *De Volkskrant / ANP*. <https://www.volkskrant.nl/binnenland/drie-jaar-cel-voor-oplichtster-kankerfonds~a955069/>
- Fiddelaar, V. (2017, maart 19). In het klaslokaal geen mobieltjes aub. *Trouw*. <https://www.trouw.nl/home/in-het-klaslokaal-geen-mobieltjes-aub~abeadf1c/>
- Free Image on Pixabay - Money, House, Loan, Construction. (2017). <https://pixabay.com/en/money-house-loan-construction-home-2387090/>
- Gadini, A. (2015). *Free Image on Pixabay - Cork, Bowls, Wine, Glass Of Wine*. <https://pixabay.com/en/cork-bowls-wine-glass-of-wine-738603>
- Geerlings, E. (2007). *Het oog in de storm vwo werkboek*. Uitgeverij Boom.
- Gijswijt, D. (1998, februari). *Pythagoras*, 37(3), 28.
- Glasbergen, R. (2009). *Goldie39*.
- Gratis afbeelding op Pixabay - Dranken, Ijs, Koele Drankjes. (2017). <https://pixabay.com/nl/dranken-ijs-koele-drankjes-2480791/>
- Gratis afbeelding op Pixabay - Hockeystick, Hockey, Ijs, Sport. (2013). <https://pixabay.com/nl/vectors/hockeystick-hockey-ijs-sport-stok-147984/>
- Halpern Critical Thinking Assessment - Diane Halpern. (2016, augustus 12). <https://sites.google.com/site/dianehalperncmc/home/research/halpern-critical-thinking-assessment>
- Hoyles, C., & Küchemann, D. (2002). Students' Understandings of Logical Implication. *Educational Studies in Mathematics*, 51(3), 193-223.
- Koelewijn, R. (2016, oktober 4). Het begint bij een glas per dag. *NRC Handelsblad*. <https://www.nrc.nl/nieuws/2016/10/04/het-begint-bij-een-glas-per-dag-4637333-a1524797>
- Lanser, P. (2016, november 21). *Onschuldig en toch veroordeeld*. <https://www.linkedin.com/pulse/onschuldig-en-toch-veroordeeld-pieter-lanser>
- Levenslang voor moorden in ziekenhuis. *NRC Handelsblad*. <https://www.nrc.nl/nieuws/2003/03/25/levenslang-voor-moorden-in-ziekenhuis-7632018-a387299>

- Luttenberg, K. (2006). *Weerkaart-sneeuw*. [http://www.frokkieenlola.nl/images/werkbladen/pdf\\_werkbladen/weerkaart\\_zw.pdf](http://www.frokkieenlola.nl/images/werkbladen/pdf_werkbladen/weerkaart_zw.pdf)
- Moesti. (z.d.). *Katten*. [http://www.moesti.be/images/katten\\_10.gif](http://www.moesti.be/images/katten_10.gif)
- Mogelijk tientallen doden door herrie. (2008, juni 19). *NRC Handelsblad* / ANP, p. 2.
- NOS. (2018, maart 6). *Digitale klokken zijn in de war*. <https://nos.nl/artikel/2220882-digitale-klokken-zijn-in-de-war.html>
- Pahlke, M. (2017). *Free Image on Pixabay - Quiz, Tiles, Letters, Red, Game*. <https://pixabay.com/en/quiz-tiles-letters-red-game-test-2074324/>
- Pearson Education. (2006, september 12). *Watson-Glaser Critical Thinking - TalentLens (UK) from Pearson*. <https://www.talentlens.co.uk/select/watson-glaser-unsupervised-and-supervised-uk-edition>
- Roodhardt, A., & Doorman, M. (2015). *Logisch redeneren. Deel 1. SLO*. <http://www.betanova.nl/downloads/LesmateriaalWiskundeCvwo/module-wiC-vwo-Logisch-redeneren.pdf/>
- Smeets, I. (2016, december 16). *De Letterlijke Logica*. <https://www.ionica.nl/tag/logica/>
- Socrates (filosoof). (2017). *Wikipedia*. [https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Socrates\\_\(filosoof\)&oldid=50230184](https://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Socrates_(filosoof)&oldid=50230184)
- Swaen, M., & Vos, P. (2015, april 6). *E-klas Logica*. It's Academy. [https://maken.wikiwijs.nl/55534/E\\_klas\\_Logica](https://maken.wikiwijs.nl/55534/E_klas_Logica)
- Van Bendegem, J. P. (2011). *Logica*. Luster.
- Van de Haterd, B. (2012, juni 18). *Te voor de hand liggend?* <http://www.rectec.nl/2012/06/18/te-voor-de-hand-liggend/>
- Verpleegster Lucy de B. krijgt levenslang. (2003, maart 25). *Trouw*. <https://www.trouw.nl/home/verpleegster-lucy-de-b-krijgt-levenslang-a4c27eb0/>
- Visser, J. (2017, september 14). Ook deze twee argumenten voor smartphones in de klas houden geen stand. *De Correspondent*. <https://decorrespondent.nl/7316/ook-deze-twee-argumenten-voor-smartphones-in-de-klas-houden-geen-stand/581278148-27541c02>